

Numéro : .....

Prénom et nom : .....

**Note : ..... / 20**

**I. (5 points : 1°) 2 points ; 2°) 1 point ; 3°) 2 points)**

On considère la fonction  $f : x \mapsto \frac{4e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$  et l'on note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal  $(O, I, J)$ . On se référera au graphique donné sur la feuille annexe.

1°) En observant que pour tout réel  $x$  on a  $f(x) = \frac{5e^{2x}}{e^{2x} + 1} - 1$ , déterminer l'expression d'une primitive  $F$  de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

..... (une seule égalité)

2°) On note  $A$  le point d'intersection de  $\mathcal{C}$  avec l'axe des abscisses et  $B$  le point d'intersection de  $\mathcal{C}$  avec l'axe des ordonnées.

Déterminer l'abscisse de  $A$  et l'ordonnée de  $B$  sous la forme la plus simple possible.

..... (une seule réponse sans égalité)

3°) Calculer l'aire du triangle mixtiligne  $\widehat{OAB}$  (en unité d'aire).  
Faire tous les détails du calcul sur la feuille annexe.

..... (une seule égalité)

**II. (3 points)**

On considère la fonction  $f : x \mapsto \frac{2}{x+1}$  et l'on note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal  $(O, I, J)$ . On se référera au graphique donné sur la feuille annexe.

Calculer l'aire  $\mathcal{A}$  en unité d'aire du domaine limité par la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = -4$  et  $x = -2$ .

..... (une seule égalité)

## II. bis (5 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 1 point)

On considère la fonction  $f: x \mapsto \frac{2}{(x+1)^2}$  et l'on note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal  $(O, I, J)$ . On se référera au graphique donné sur la feuille annexe.

On s'intéresse au domaine  $\mathcal{D}$  limité par la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = -5$  et  $x = -2$ .

1°) Caractériser  $\mathcal{D}$  par un système d'inéquations.

2°) On note  $\mathcal{A}$  l'aire de  $\mathcal{D}$ .  
Exprimer  $\mathcal{A}$  en unité d'aire.

..... (une seule égalité)

3°) On suppose que  $OI = 2,5$  cm et que  $OJ = 2$  cm  
Exprimer  $\mathcal{A}$  en  $\text{cm}^2$ .

..... (une seule égalité)

---

## III. (2 points : 2 points par intégrale)

1°) Calculer l'intégrale  $\int_0^1 xe^x dx$ . On détaillera tous les calculs.

2°) À l'aide du résultat précédent, sans nouveaux calculs, déterminer la valeur de l'intégrale  $\int_0^1 xe^{x+1} dx$

## IV. (5 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

On considère la fonction  $f: x \mapsto \frac{1}{x + \sqrt{x}}$  et l'on note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal  $(O, I, J)$ . On se référera au graphique donné sur la feuille annexe.

1°) Compléter la phrase :

L'ensemble de définition de  $f$  est l'intervalle  $I = \dots\dots\dots$ .

2°) En observant que pour tout réel  $x$  on a  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} \times (1 + \sqrt{x})}$ , déterminer une primitive  $F$  de  $f$  sur  $I$ .

..... (une seule égalité)

3°) Calculer  $\int_1^4 f(x) dx$ .

..... (une seule égalité)

---

**V. (2 points : 1 point + 1 point)**

Soit  $n$  un entier naturel quelconque supérieur ou égal à 1.

Compléter les égalités ci-dessous. On donnera le résultat sous la forme la plus simple possible.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \times \sin^n x dx = \dots\dots\dots \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos x \times \sin^n x dx = \dots\dots\dots$$

---

**VI. (3 points)**

1°) Calculer l'intégrale  $\int_1^e x \ln x dx$ . On détaillera tous les calculs.

2°) À l'aide du résultat précédent, sans nouveaux calculs, déterminer la valeur de l'intégrale  $\int_1^e x \ln(x^2) dx$ .

**VII. (2 points)**

On rappelle qu'une primitive de la fonction  $x \mapsto \ln x$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  est la fonction  $x \mapsto x \ln x - x$ .

Calculer la valeur moyenne de fonction logarithme népérien sur l'intervalle  $I = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ .

..... (une seule réponse sans égalité)

---

**VIII. (1 point)**

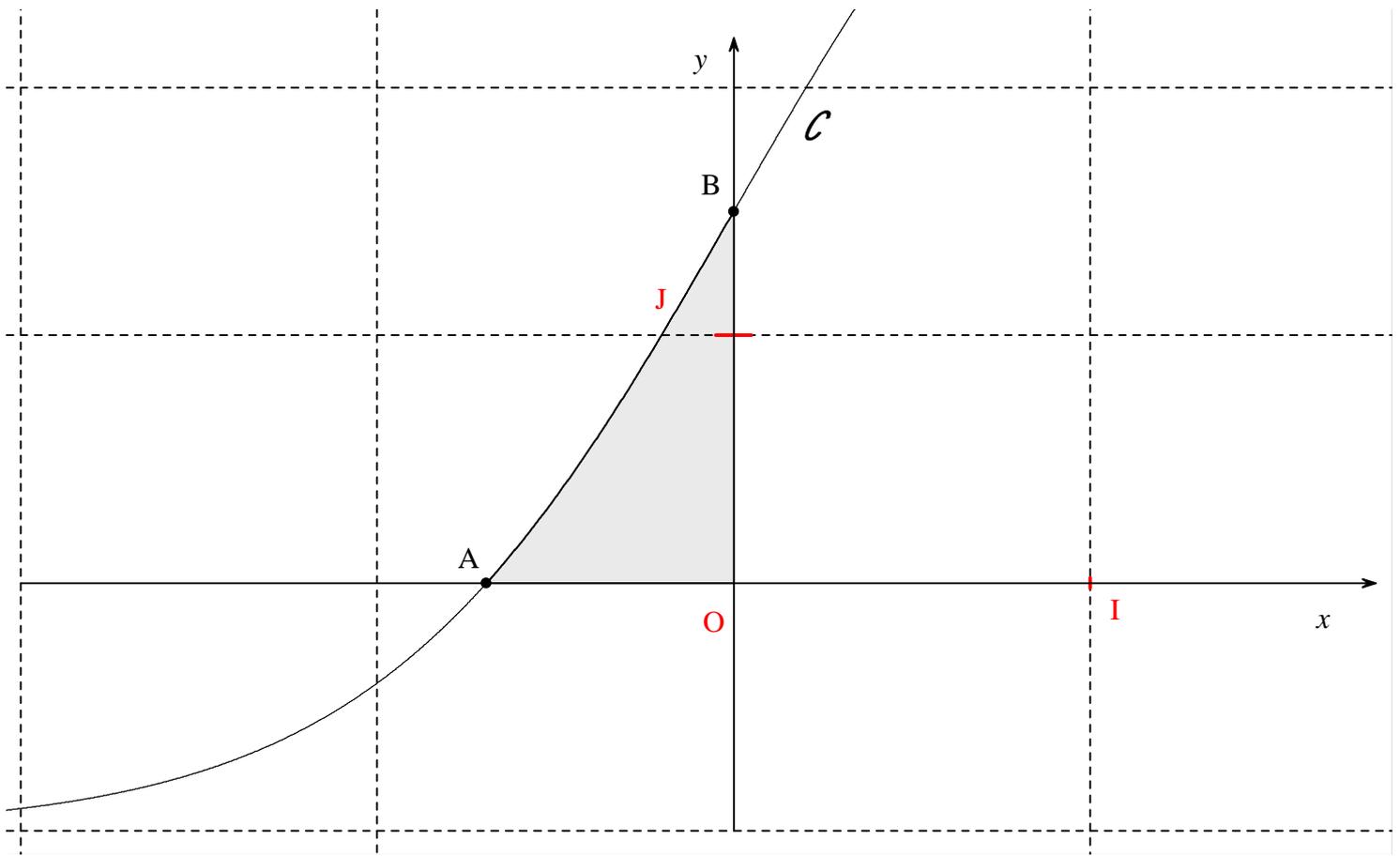
On considère la fonction  $F : x \mapsto \int_0^x \frac{e^t}{\sqrt{2-t}} dt$  sur l'intervalle  $I = ]-\infty; 2[$ .

Compléter l'égalité :  $\forall x \in I \quad F'(x) = \dots\dots\dots$

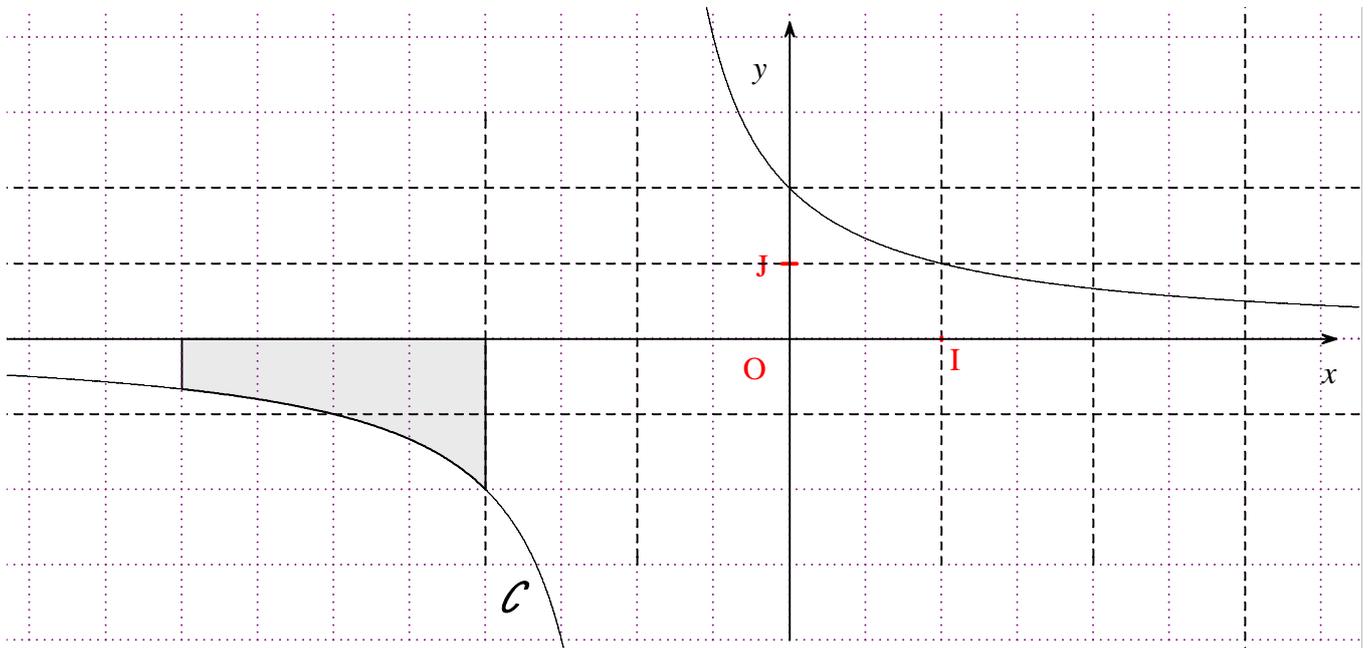
# Feuille annexe de l'interrogation écrite du vendredi 26 avril 2024 mai 2024

Numéro : ..... Prénom et nom : .....

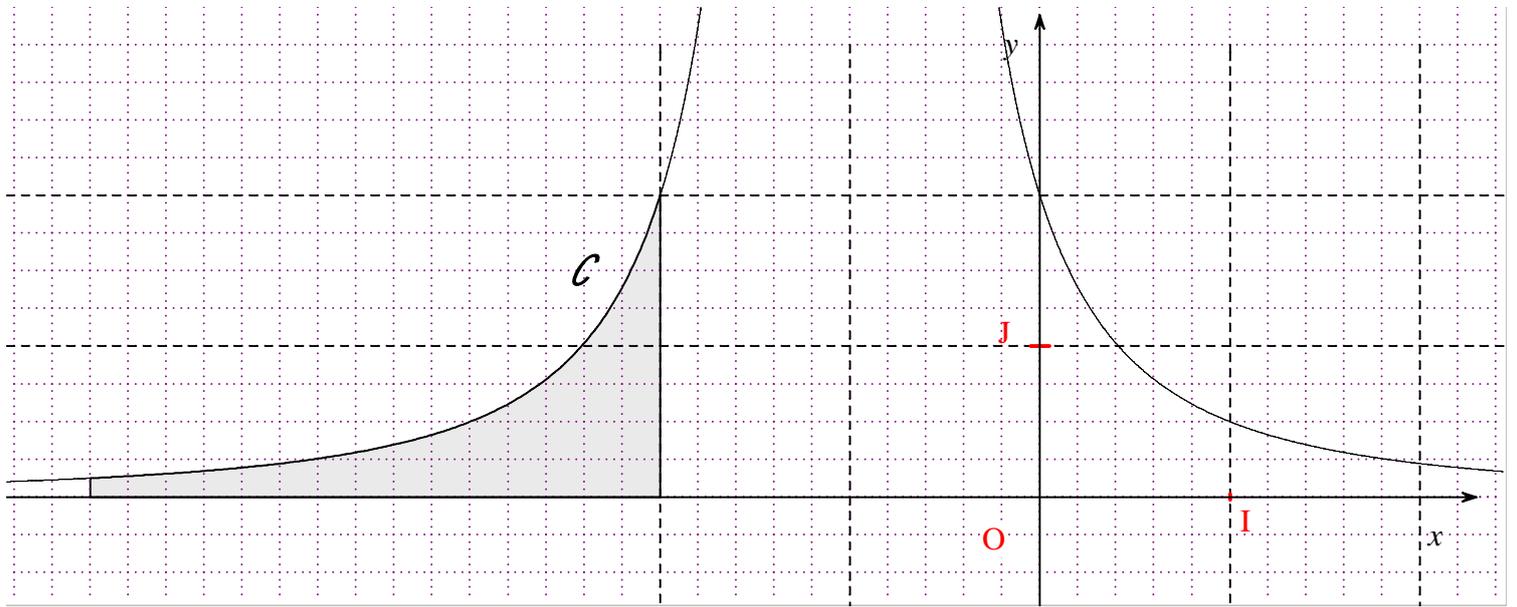
I.



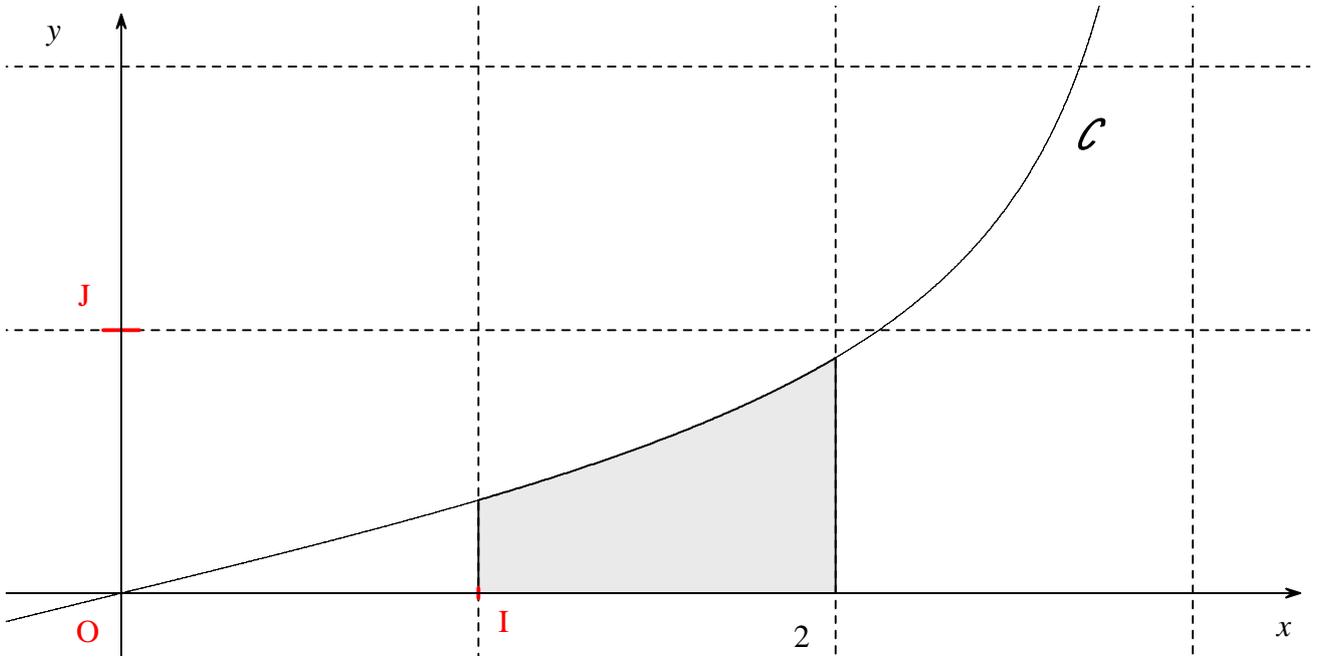
II.



II. bis



II.



A series of 20 horizontal dotted lines for writing.

Réponses

I.

$$1^\circ) \text{ Réponse : } \frac{5}{2} \ln(e^{2x} + 1) - x$$

$$2^\circ) \text{ B} \left( 0; \frac{3}{2} \right)$$

$$\mathcal{A} = \int_{-\ln 2}^0 f(x) \, dx = \frac{13 \ln 2 - 5 \ln 5}{2} \text{ u. a.}$$