

T exp

**Interrogation écrite
du vendredi 24 novembre 2023**

Durée : 20 minutes

Numéro :

Prénom et nom :

Note : / 20

- L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé ; celui d'une fiche préparée à l'avance non plus.
- On donnera les réponses dans les espaces en dessous ou à droite des questions.

I. (4 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point ; 3°) 2 points)

1°) Écrire la matrice identité I d'ordre 2.

2°) On note J la matrice carrée d'ordre 2 dont tous les coefficients sont égaux à 1.
Écrire la matrice $U = I - J$.

3°) Calculer la matrice J^2 .

II. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points)

1°) Écrire deux matrices carrées A et B d'ordre 2 diagonales dont les coefficients diagonaux sont des entiers relatifs deux à deux distincts.

2°) Calculer le produit AB .

III. (4 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points)

Écrire une matrice A carrée d'ordre 2 dont tous les coefficients sont des entiers relatifs deux à deux distincts.

1°) Écrire la matrice B transposée de la matrice A .

2°) Soit X la matrice $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ où x et y sont deux réels.

Écrire la matrice $Y = AX$.

IV. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

1°) Écrire une matrice diagonale A carrée d'ordre 3 dont tous les coefficients diagonaux sont des entiers relatifs non nuls deux à deux distincts.

2°) Écrire l'inverse de A .

V. (1 point)

Écrire une matrice A carrée triangulaire d'ordre 2 différente de la matrice nulle.

VI. (5 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point + 1 point ; 3°) 1 point + 1 point)

1°) Écrire une matrice A de format 2×3 à coefficients entiers relatifs pas tous égaux.

2°) On note B la matrice transposée de A .

Quel est le format de B ?

Quel est le format de AB ?

3°) Soit C et D deux matrices rectangulaires de format $p \times q$ (p désigne le nombre de lignes et q le nombre de colonnes).

On répondra par des égalités.

Quelle condition sur p ou q doit vérifier C pour qu'il soit possible de calculer le produit AC ?

Quelle condition sur p ou q doit vérifier D pour qu'il soit possible de calculer le produit DA ?

VII. (1 point) Python

On importe le module `numpy` avec l'alias `np` (`import numpy as np`).

Dans la console d'exécution, on tape :

```
>>> A = np.array([[2, 2, 5], [1, 2, 1]])
>>> A
```

Écrire la matrice A correspondant à cette instruction.

Corrigé de l'interrogation écrite du 24-11-2023

I.

1°) Écrire la matrice identité I d'ordre 2.

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2°) On note J la matrice carrée d'ordre 2 dont tous les coefficients sont égaux à 1. Écrire la matrice $U = I - J$.

$$U = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

3°) Calculer la matrice J^2 .

$$J^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

II.

1°) Écrire deux matrices carrées A et B d'ordre 2 diagonales dont les coefficients diagonaux sont des entiers relatifs deux à deux distincts.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2°) Calculer le produit AB.

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$$

On applique la formule du produit de deux matrices diagonales.

III.

Écrire une matrice A carrée d'ordre 2 dont tous les coefficients sont des entiers relatifs deux à deux distincts.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

1°) Écrire la matrice B transposée de la matrice A.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

2°) Soit X la matrice $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ où x et y sont deux réels.

Écrire la matrice $Y = AX$.

$$Y = \begin{pmatrix} x - 3y \\ 2x + 5y \end{pmatrix}$$

IV.

1°) Écrire une matrice diagonale A carrée d'ordre 3 dont tous les coefficients diagonaux sont des entiers relatifs non nuls deux à deux distincts.

2°) Écrire l'inverse de A .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

V.

Écrire une matrice A carrée triangulaire d'ordre 2 différente de la matrice nulle.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

VI.

1°) Écrire une matrice A de format 2×3 à coefficients entiers relatifs pas tous égaux.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

2°) On note B la matrice transposée de A .

Quel est le format de B ? 3×2

Quel est le format de AB ? 2×2

3°) Soit C et D deux matrices rectangulaires de format $p \times q$ (p désigne le nombre de lignes et q le nombre de colonnes).

On répondra par des égalités.

Quelle condition sur p ou q doit vérifier C pour qu'il soit possible de calculer le produit AC ? $p = 2$

Quelle condition sur p ou q doit vérifier D pour qu'il soit possible de calculer le produit DA ? $q = 3$

VII.

On importe le module numpy avec l'alias np (import numpy as np).

Dans la console d'exécution, on tape :

```
>>> A = np.array([[2, 2, 5], [1, 2, 1]])  
>>> A
```

Écrire la matrice A correspondant à cette instruction.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Affichage :

```
array([[2, 2, 5],  
       [1, 2, 1]])
```