T exp

Interrogation écrite du jeudi 15 décembre 2022 (30 minutes)

Numéro : …..

Prénom et nom : ………………………………………………

Note : ….. / 20

I. (4 points : 1°) 1 point + 1 point ; 2°) 1 point + 1 point)

On pose $a = 8n + 11$ et $b = 6n + 8$ où n est un entier relatif quelconque.

1°) Préciser la parité de a et b. Répondre sans justifier en rédigeant deux phrases (une phrase par ligne).

……..

……..

2°) Calculer $3a - 4b$. Que peut-on en déduire pour a et b quel que soit l'entier relatif n ? Répondre par une phrase.

……..

……..

II. (2 points)

Soit a et b deux entiers relatifs tels que les restes de la division euclidienne par 13 soient respectivement égaux à 9 et 11.
On note q et q' les quotients respectifs de ces divisions euclidiennes.
Écrire l'égalité de la division euclidienne de $a + b$ par 13 en faisant apparaître le quotient et le reste.

…………………………………………………………………

III. (10 points : 1°) 1 point + 1 point + 1 point + 1 point ; 2°) 2 points ; 3°) 1 point + 1 point + 1 point + 1 point)

1°) Pour chacune des propositions ci-dessous, écrire dans la colonne de droite si elle est vraie (V) ou fausse (F).

Tous les diviseurs d'un entier relatif impair sont impairs.	
Tout entier relatif admet des diviseurs impairs.	
Tous les diviseurs d'un entier relatif pair sont pairs.	
Si un entier relatif admet un diviseur pair, alors cet entier est pair.	

2°)

Quel est le plus petit entier naturel qui admet exactement 3 diviseurs positifs impairs ? ……

Quel est le plus petit entier naturel qui admet exactement 4 diviseurs positifs impairs ? ……

3°) On considère la fonction Python d'en-tête `def lddpi(n):` donnée dans le cadre à gauche ci-dessous qui prend en argument un entier naturel *n* supérieur ou égal à 1 et qui renvoie la liste des diviseurs positifs impairs de *n*.
Compléter les pointillés au niveau du `if`, au niveau du `L.append` et au niveau du `return`.

```
def lddpi(n):
    L=[]
    for i in range(1,n+1):
        if n%i==0 and ........... :
           L.append(...)
    return ...
```

```
def lddpi_bis(n):
    L=[]
    for i in range(... , ...... , ...):
        if n%i==0 :
           L.append(...)
    return ...
```

Lorsque l'on exécute l'instruction `lddpi(42)`, on obtient l'affichage : `[1,3,7,21]`.
Interpréter ce résultat. On répondra par une phrase correctement rédigée.

……..

Compléter la fonction Python d'en-tête `def lddpi_bis(n):` donnée dans le cadre à droite ci-dessus qui prend en argument un entier naturel *n* supérieur ou égal à 1 et qui renvoie la liste des diviseurs positifs impairs de *n*.

IV. (2 points : 1 point + 1 point)

Dans un jeu, on dispose d'une urne contenant 30 boules indiscernables au toucher numérotées de 1 à 30. Le joueur doit tirer au hasard une boule de l'urne. Il gagne si le numéro de la boule tirée est un diviseur ou un multiple de 6.
On considère la fonction Python d'en-tête `def jeu():` donnée dans le cadre ci-dessous qui simule une partie de ce jeu (on suppose que la fonction `randint` de la bibliothèque `random` a été préalablement importée).
Compléter les pointillés au niveau du `if`.

```
def jeu():
    r=randint(1,30)

    if .........==0 or .........==0:

      print('gagné')
    else :
      print('perdu')
```

V. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

1°) On considère la fonction Python d'en-tête `def sdprei(z):` donnée dans le cadre ci-dessous qui prend en argument un nombre complexe *z* et qui renvoie la somme de sa partie réelle et de sa partie imaginaire.
Compléter les pointillés.

```
def sdprei(z):

    x=................................

    return x
```

2°) Lorsque l'on exécute l'instruction `sdprei((1+2j)**2)`, quel affichage obtient-on ? …

Corrigé de l'interrogation écrite du 15-12-2022

I.

On pose $a=8n+11$ et $b=6n+8$ où n est un entier relatif quelconque.

1°) Préciser la parité de a et b. Répondre sans justifier en rédigeant deux phrases (une phrase par ligne).

a est un nombre impair.

b est un nombre pair.

Il y a plusieurs manières de raisonner.

1[ère] méthode : On transforme les écritures de a et b.

$a=2\times(4n+5)+1$

$b=2\times(3n+4)$

2[e] méthode : On utilise les propriétés sur les entiers pairs et impairs.

8 est un entier pair donc $8n$ est un entier pair (propriété : « Le produit d'un entier par un entier pair est un entier pair »).
11 est un entier impair donc a est un entier impair (propriété : « La somme d'un entier pair et d'un entier impair est un nombre impair »).

6 est un entier pair donc $6n$ est un entier pair (propriété : « Le produit d'un entier par un entier pair est un entier pair »).
8 est un nombre pair donc a est un entier pair (propriété : « La somme de deux entiers pairs est un entier pair »).

2°) Calculer $3a-4b$. Que peut-on en déduire pour a et b quel que soit l'entier relatif n ? Répondre par une phrase.

$\forall n\in\mathbb{Z}\quad 3a-4b=3(8n+11)-4(6n+8)$

$=\cancel{24n}+33-\cancel{24n}-32$

$=1$

On a $3a-4b=3\times a+(-4)\times b$.

Comme $3\in\mathbb{Z}$ et $-4\in\mathbb{Z}$, $3a-4b$ est une combinaison linéaire de a et b à coefficients entiers relatifs.

Il existe donc une combinaison linéaire de a et b à coefficients entiers relatifs égale à 1.

On en déduit que a et b sont premiers entre eux (propriété du cours).

II.

Soit a et b deux entiers relatifs tels que les restes de la division euclidienne par 13 soient respectivement égaux à 9 et 11.
On note q et q' les quotients respectifs de ces divisions euclidiennes.
Écrire l'égalité de la division euclidienne de $a+b$ par 13 en faisant apparaître le quotient et le reste.

$$a+b=13(q+q'+1)+7$$

$a=13q+9$
$b=13q'+11$

$$\begin{aligned} a+b &= 13q+9+13q'+11 \\ &= 13(q+q')+20 \\ &= 13(q+q')+13+7 \\ &= 13(q+q'+1)+7 \end{aligned}$$

III.

1°) Pour chacune des propositions ci-dessous, écrire dans la colonne de droite si elle est vraie (V) ou fausse (F).

Tous les diviseurs d'un entier relatif impair sont impairs.	V
Tout entier relatif admet des diviseurs impairs.	V
Tous les diviseurs d'un entier relatif pair sont pairs.	F
Si un entier relatif admet un diviseur pair, alors cet entier est pair.	V

2°)

Quel est le plus petit entier naturel qui admet exactement 3 diviseurs positifs impairs ? 9

Quel est le plus petit entier naturel qui admet exactement 4 diviseurs positifs impairs ? 15

Entier	Diviseurs positifs
1	1
2	1,2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5
6	1, 2, 3, 6
7	1, 7
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10
11	1, 11
12	1, 2, 3, 4, 12
13	1, 13
14	1, 2, 7, 14
15	1, 3, 5, 15

3°) On considère la fonction Python d'en-tête `def lddpi(n):` donnée dans le cadre à gauche ci-dessous qui prend en argument un entier naturel n supérieur ou égal à 1 et qui renvoie la liste des diviseurs positifs impairs de n.
Compléter les pointillés au niveau du `if`, au niveau du `L.append` et au niveau du `return`.

```
def lddpi(n):
    L=[]
    for i in range(1,n+1):
        if n%i==0 and i%2!=0:
           L.append(i)
    return L
```

```
def lddpi_bis(n):
    L=[]
    for i in range(1,n+1,2):
        if n%i==0 :
           L.append(i)
    return L
```

Lorsque l'on exécute l'instruction `lddpi(42)`, on obtient l'affichage : `[1,3,7,21]`.
Interpréter ce résultat. On répondra par une phrase correctement rédigée.

Les diviseurs positifs impairs de 42 sont 1, 3, 7, 21.

Compléter la fonction Python d'en-tête `def lddpi_bis(n):` donnée dans le cadre à droite ci-dessus qui prend en argument un entier naturel n supérieur ou égal à 1 et qui renvoie la liste des diviseurs positifs impairs de n.

IV.

Dans un jeu, on dispose d'une urne contenant 30 boules indiscernables au toucher numérotées de 1 à 30. Le joueur doit tirer au hasard une boule de l'urne. Il gagne si le numéro de la boule tirée est un diviseur ou un multiple de 6.
On considère la fonction Python d'en-tête `def jeu():` donnée dans le cadre ci-dessous qui simule une partie de ce jeu (on suppose que la fonction `randint` de la bibliothèque `random` a été préalablement importée).
Compléter les pointillés au niveau du `if`.

```
def jeu():
    r=randint(1,30)
    if 6%r==0 or r%6==0:
      print('gagné')
    else :
      print('perdu')
```

V.

1°) On considère la fonction Python d'en-tête `def sdprei(z):` donnée dans le cadre ci-dessous qui prend en argument un nombre complexe z et qui renvoie la somme de sa partie réelle et de sa partie imaginaire.
Compléter les pointillés.

```
def sdprei(z):
    x=z.real + z.imag
    return x
```

`sdprei` : abréviation de « somme des parties réelle et imaginaire »

2°) Lorsque l'on exécute l'instruction `sdprei((1+2j)**2)`, quel affichage obtient-on ? 1

Calculatrice Numworks :

● Quand on appuie sur la touche i des nombres complexes, la calculatrice affiche 1j. Il faut donc enlever le 1 pour rentrer le nombre voulu.

● Une autre option consiste à utiliser le j du clavier. Dans ce cas-là, il n'y a rien à faire.

Il n'y a pas besoin d'utiliser le module cmath.

$\left(1+2\mathrm{i}\right)^2=1+4\mathrm{i}-4=4\mathrm{i}-3$

La somme de la partie réelle et de la partie imaginaire de $\left(1+2\mathrm{i}\right)^2$ est égale à $4-3=1$.