Exercice 1. Dans ce premier modèle, on suppose qu'au premier janvier 2020, une personne est contaminée par le covid 19. On suppose que personne ne peut en guérir, et chaque jour, une personne contaminée infecte $\alpha > 0$ nouvelles personnes. On note u_n le nombre de personnes infectées au jour n^{eme} jour de l'année.

1. Justifier que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $1+\alpha$.
2. Conclure que $\lim\limits_{n\longrightarrow+\infty} u_n = +\infty$ et critiquer le modèle

Exercice 2. Dans ce second modèle, on suppose qu'au premier janvier 2020, une personne est contaminée. On suppose que les personnes contaminées sont contagieuses uniquement le lendemain de leur contamination et infectent exactement α nouvelles personnes ce jour-là. On note a_n le nombre de personnes qui sont nouvellement infectées le n^{eme} jour.

1. Justifier que la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison α.
2. En déduire l'expression de a_n pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$.
3. Déterminer $\lim\limits_{n\longrightarrow+\infty} a_n$ et critiquer le modèle.
4. Dans les questions qui suivent, on suppose que $\alpha < 1$.
   Exprimer S_n le nombre de personnes qui ont été contaminées entre le premier et le n^{eme} jour.
5. Montrer que la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge, on notera S sa limite que l'on déterminera. Que représente S ?
6. Critiquer le modèle.

Exercice 3. Dans ce troisième modèle, on suppose qu'au premier janvier 2020, une personne est contaminée. On suppose que les personnes contaminées restent contagieuses à vie (bien qu'elles guérissent) et <u>contaminent</u> $\alpha < 1$ personnes ce jour-là. Parmi ces personnes, celles qui ont déjà été infectées auparavant sont immunisées, les autres sont <u>infectées</u> ce jour-là. On note N le nombre d'êtres humains sur terre

1. Justifier que la suite du nombre de personnes contaminées vérifie la relation de récurrence
$$u_{n+1} = u_n + \alpha u_n \times (1 - \beta u_n)\,,$$
   où β est à déterminer (en fonction de N).
2. En posant $f : \begin{cases} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x + \alpha x(1-\beta x) \end{cases}$ montrer que f admet un unique point fixe sur $\mathbb{R}^{+,*}$
3. Faire un schéma illustrant le graphe de la fonction f, de la fonction identité, ainsi que la méthode graphique permettant d'obtenir les premiers termes u_1, u_2, u_3.
4. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant u_n \leqslant N$ (ce qui en fait un modèle assez raisonnable !)
5. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.
6. Montrer que la suite est convergente et déterminer sa limite. Attraperons-nous tous le coronavirus ?