T spécialité

Contrôle du samedi 6 février 2021

Durée : 4 heures
- Calculatrice
- Fiche autorisée

Numéro : ….. **Prénom et nom :** …………….……………………………….

Note : ….. / 20

I. (1 point)

Une épidémie est en phase de décroissance et le nombre de nouveaux cas déclarés diminue de 16 % chaque jour.
Au pic de l'épidémie, il y avait 2000 nouveaux cas.
On note u_n le nombre de nouveaux cas déclarés *n* jours après le pic de l'épidémie (*n* étant un entier naturel).
Ainsi $u_0 = 2000$.
Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier brièvement.

………..

………..

On note S_n le nombre total de cas déclarés entre le pic de l'épidémie *n* jours après le pic, c'est-à-dire
$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.
Donner l'expression de S_n en fonction de *n* sous forme factorisée puis déterminer la limite de S_n lorsque *n* tend vers $+\infty$.

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

Numéro : ….. **Prénom et nom :** ………………..……………………………

II. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

On considère une fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ et on note *g* et *h* les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\mathrm{e}^{f(x)}$ et $h(x)=\mathrm{e}^{x}+f(x)$.

1°) On suppose dans cette question que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$.

Compléter sans justifier les égalités de limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=....$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=....$.

2°) On suppose dans cette question que *f* est la fonction définie par $f(x)=3\cos 5x$.
En utilisant un théorème de comparaison, déterminer la limite de *h* en + ∞.

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

Numéro : ….. **Prénom et nom :** ……………..……………………………

III. (4 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point ; 3°) 1 point ; 4°) 1 point)

On considère la fonction $f : x \mapsto x\text{e}^{1-x}$ et l'on note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$. On donnera le résultat sous forme factorisée.

……………….……………………. ……………….…………………….

2°) Démontrer que les points A et B de $\mathcal{C}$ d'abscisses respectives ln 2 et ln 4 ont la même ordonnée.

………

………

3°) Démontrer que $\mathcal{C}$ admet un point d'inflexion I dont on donnera les coordonnées puis déterminer une équation de la tangente T en I à $\mathcal{C}$.
On note E et F les points d'intersection respectifs de T avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
Démontrer que I est le milieu du segment $[\text{EF}]$.

………

………

………

………

………

………

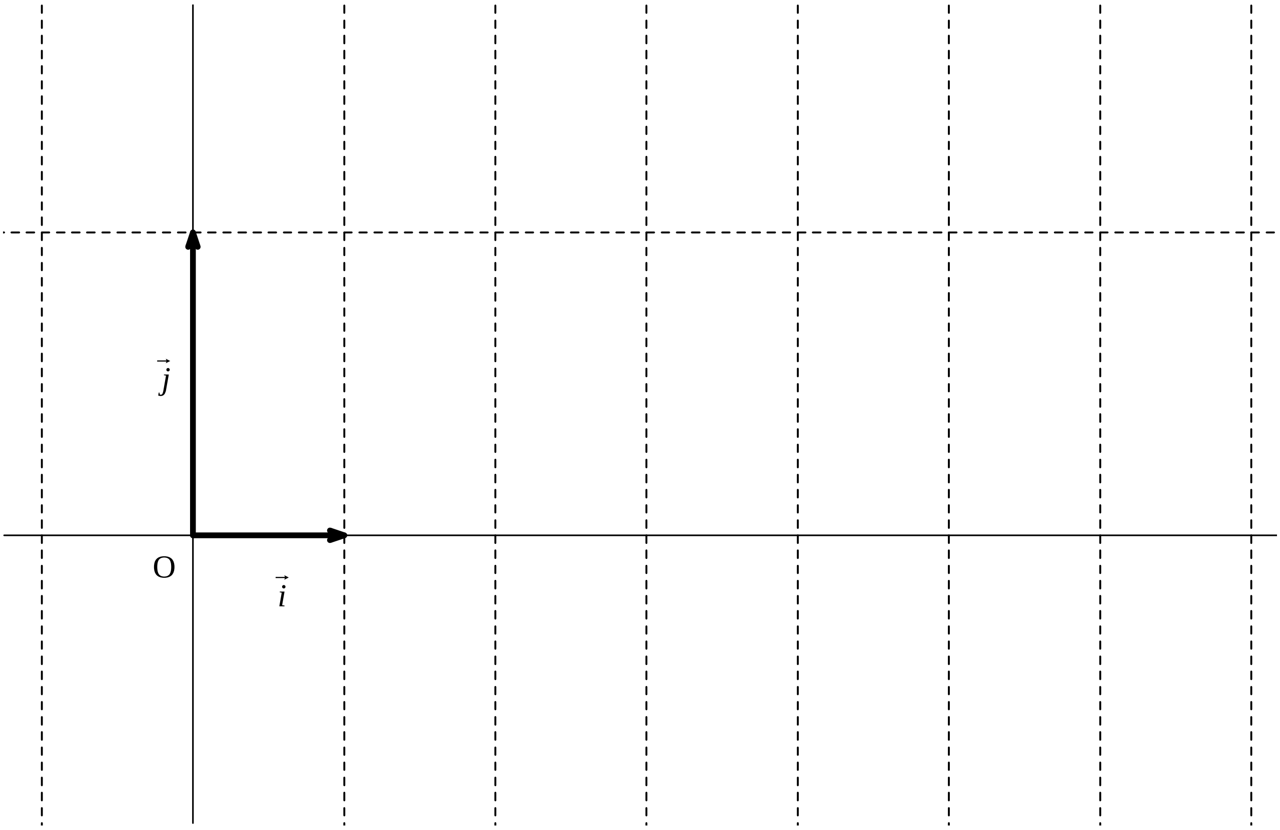
………

………

………

Sur le graphique au verso, tracer avec soin la courbe $\mathcal{C}$, la tangente horizontale et la tangente en O.
Marquer le point I et tracer la tangente T.

Numéro : ….. **Prénom et nom :** ……………..…………………………………



4°) On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x\mathrm{e}^{-x}\right) = 0$. À l'aide de ce résultat, déterminer la limite de f en + ∞.

………

………

………

On considère la fonction Python `prem_ind(a)` qui prend pour argument un réel a strictement positif et qui renvoie le plus petit entier naturel n tel que $f(n) \leqslant a$.
Compléter les instructions manquantes dans l'encadré ci-dessous.

```
from math import exp

def f(x):
    y=x*exp(1-x)
    return y

def prem_ind(a):
    n=0
    while f(n)......a:

          ............
    return n
```

Numéro : ….. **Prénom et nom :** ……………..……………………………….

IV. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point ; 3°) 1 point)

À tout réel m strictement positif on associe la fonction $f_m : x \mapsto x^2 + m(\ln x - 1)$ définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ et on note $\mathcal{C}_m$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(\text{O}, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Démontrer que toutes les courbes $\mathcal{C}_m$ passent par le point $\text{K}(\text{e}\,;\text{e}^2)$ que l'on précisera.

………

………

2°) Déterminer la limite de f_m en 0^+ (on rappelle que $m > 0$).

………

………

Recopier et compléter la phrase :
« Pour tout réel $m > 0$, la courbe $\mathcal{C}_m$ admet ………………………………………………. pour asymptote verticale ».

………

………

3°) Démontrer que $\mathcal{C}_m$ admet un unique point d'inflexion I_m puis calculer le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_m$ en I_m en fonction de m sous la forme la plus simple possible.

………

………

………

………

………

Numéro : …..

Prénom et nom : ………………..…………………………………

V. (2 points)

Pour préparer un examen, deux types de formations sont proposés aux futurs candidats :
- la formation type A
- la formation de type B.

À l'issue de ces formations, les candidats peuvent se présenter plusieurs fois à l'examen.
On considère un groupe de candidats dont un quart a suivi la formation de type A et le reste a suivi la formation de type B.

Parmi les personnes ayant suivi la formation de type A, $\frac{2}{3}$ a réussi l'examen lors du premier passage et le reste lors du deuxième passage.

Parmi les personnes ayant suivi la formation de type B, $\frac{4}{9}$ a réussi l'examen lors du premier passage, $\frac{1}{3}$ a réussi l'examen lors du deuxième passage et le reste lors du troisième passage.

On note X la variable aléatoire qui, à toute personne choisie au hasard dans le groupe, associe le nombre de fois où elle s'est présentée à l'examen jusqu'à sa réussite.

Donner la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau. Aucune justification n'est demandée.

Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

………

………

VI. (1 point)

On considère un jeu qui se déroule en deux étapes.
• Étape 1 : Le joueur tire une boule dans une urne comportant 50 boules indiscernables au toucher dont 15 boules blanches et 35 boules noires.
• Étape 2 :
- si la boule tirée est blanche, il fait tourner une roue circulaire divisée en 10 secteurs de même angle dont 8 sont gagnants ;
- sinon, il fait tourner une autre roue circulaire divisée elle aussi en 10 secteurs de même angle dont un seul est gagnant.

Un joueur doit effectuer 8 parties successives dans des conditions identiques indépendantes.
Il doit payer 20 euros pour jouer les 8 parties. Chaque partie gagnée lui rapporte 5 euros.
Calculer la probabilité qu'il réalise un bénéfice positif ou nul.
Déterminer la valeur arrondie au millième.

…………….

Numéro : …..	**Prénom et nom :** ………………..………………………………

VII. (5 points)

Dans l'espace $\mathcal{E}$ muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les points $\text{A}\left(1\,;2\,;7\right)$, $\text{B}\left(2\,;0\,;2\right)$, $\text{C}\left(3\,;1\,;3\right)$ et on note D la droite définie par le système d'équations paramétriques $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 4t \\ z = 2t - 1 \end{cases}$ $\left(t \in \mathbb{R}\right)$.

On donnera les réponses directement dans le tableau ci-dessous.

1°) Déterminer les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$ normal au plan $\left(\text{ABC}\right)$.

2°) Déterminer une équation cartésienne du plan $\left(\text{ABC}\right)$.

3°) Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de D et $\left(\text{ABC}\right)$.

4°) Déterminer la valeur exacte de $\cos\widehat{\text{AOB}}$.

5°) On note S la sphère de centre O et de rayon $\sqrt{35}$.
Déterminer les coordonnées des points d'intersection K et L de S et D.
Indication : On utilisera une équation de S.

1°)	
2°)	
3°)	
4°)	
5°)	

VIII. (2 points)

Dans cet exercice, il est demandé de ne pas rapporter l'espace à un repère orthonormé.

Soit ABCDEFGH un pavé droit tel que les faces ABCD et EFGH soient des carrés. On note O le centre de la face EFGH.
On pose $\text{AB} = a$ et $\text{AE} = b$, a et b étant des réels strictement positifs.

Calculer les produits scalaires $p = \overrightarrow{\text{OA}} \bullet \overrightarrow{\text{OB}}$ et $p' = \overrightarrow{\text{AO}} \bullet \overrightarrow{\text{CE}}$ en fonction de a et b.

Indication pour le calcul de p : On utilisera les décompositions suivantes $\overrightarrow{\text{OA}} = \overrightarrow{\text{OE}} + \overrightarrow{\text{EA}}$ et $\overrightarrow{\text{OB}} = \overrightarrow{\text{OF}} + \overrightarrow{\text{FB}}$.

Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur a et b pour que les droites $\left(\text{AO}\right)$ et $\left(\text{CE}\right)$ soient orthogonales.

Bonus sur 1 point à rédiger sur copie :

Seules les solutions abouties et correctement rédigées seront prises en compte.
Déterminer l'expression de la fonction f polynôme du troisième degré dont la courbe représentative $\mathcal{C}$ dans le plan muni d'un repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ passe par les points $A\left(-1\,;-\dfrac{9}{2}\right)$, $B\left(1\,;\dfrac{1}{2}\right)$, $C(2\,;-3)$, $D\left(5\,;-\dfrac{3}{2}\right)$ puis déterminer les abscisses des points d'inflexion éventuels de $\mathcal{C}$.

Corrigé du contrôle du 6-2-2021

I.

Une épidémie est en phase de décroissance et le nombre de nouveaux cas déclarés diminue de 16 % chaque jour.
Au pic de l'épidémie, il y avait 2000 nouveaux cas.
On note u_n le nombre de nouveaux cas déclarés *n* jours après le pic de l'épidémie (*n* étant un entier naturel).
Ainsi $u_0 = 2000$.
Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier brièvement.

1ère méthode :

Le coefficient multiplicateur associé à une diminution de 16 % est égal à 0,84.

On a : $u_{n+1} = 0{,}84 u_n$.
On en déduit que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,84.

2e méthode :

$$u_{n+1} = u_n - \frac{16}{100} u_n = 0{,}84 u_n .$$

On en déduit que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,84.

On note S_n le nombre total de cas déclarés entre le pic de l'épidémie *n* jours après le pic, c'est-à-dire
$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.
Donner l'expression de S_n en fonction de *n* sous forme factorisée puis déterminer la limite de S_n lorsque *n* tend vers $+\infty$.

S_n est la somme de tous les termes de u_0 à u_n. Le nombre de termes de cette somme est égal à $n+1$.

On peut d'ailleurs écrire $S_n = \sum\limits_{k=0}^{k=n} u_k$ (forme qui n'a cependant pas d'intérêt ici).

Pour déterminer une expression simplifiée de S_n, on utilise la formule donnant l'expression simplifiée des termes consécutifs d'une suite géométrique.

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad S_n = 2000 \times \frac{1 - 0{,}84^{n+1}}{1 - 0{,}84}$$

$$= 2000 \times \frac{1 - 0{,}84^{n+1}}{0{,}16}$$

$$= \frac{2000}{0{,}16} \times \left(1 - 0{,}84^{n+1}\right)$$

$$= 12500 \times \left(1 - 0{,}84^{n+1}\right)$$

On a $-1<0,84<1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 0,84^{n+1}=0$ (il est inutile de décomposer $0,84^{n+1}=0,84\times 0,84^{n}$).

On a donc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-0,84^{n+1}\right)=1$.

D'après les propriétés d'opérations algébriques sur les limites, on en déduit immédiatement que $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=12500$.

On vérifie cette limite grâce à la calculatrice.

Version très détaillée :

On écrit $0,84^{n+1}=0,84\times 0,84^{n}$.

Comme $-1<0,84<1$, $\lim\limits_{n\to+\infty} 0,84^{n}=0$. On en déduit $\lim\limits_{n\to+\infty} 0,84^{n+1}=0$.
Par les propriétés d'opérations algébriques sur les limites, $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=12500$.

II.

On considère une fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ et on note *g* et *h* les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\mathrm{e}^{f(x)}$ et $h(x)=\mathrm{e}^{x}+f(x)$.

1°) On suppose dans cette question que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$.

Compléter sans justifier les égalités de limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=2$.

La première limite est une limite de composée.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{f(x)}_{X}=-\infty\\ \lim\limits_{X\to-\infty}\mathrm{e}^{X}=0\end{array}\right\}\text{ donc par limite d'une composée, on a }\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0.$$

La deuxième limite s'obtient comme limite d'une somme.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^{x}=0$ (limite de référence de base) et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ donc par limite d'une somme, on a $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=2$.

2°) On suppose dans cette question que *f* est la fonction définie par $f(x)=3\cos 5x$.
En utilisant un théorème de comparaison, déterminer la limite de *h* en + ∞.

Dans cette question, *h* est définie par $h(x)=\mathrm{e}^{x}+3\cos 5x$.

Le problème vient de la fonction *f* qui n'a pas de limite en + ∞ (c'est une fonction périodique non constante).
En revanche, c'est une fonction bornée.

On va procéder par comparaison.

On sait que $\forall x\in\mathbb{R}\quad \cos 5x\geqslant -1$.

Par produit des deux membres par 3, on obtient $\forall x\in\mathbb{R}\quad 3\cos 5x\geqslant -3$.

En additionnant e^x à chacun des deux membres, on obtient $\forall x \in \mathbb{R} \quad h(x) \geqslant \mathrm{e}^x - 3$.

Comme $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\mathrm{e}^x - 3\right) = +\infty$, d'après le théorème de limite par comparaison appelé « extension du théorème des gendarmes », $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$.

III.

On considère la fonction $f : x \mapsto x\mathrm{e}^{1-x}$ et l'on note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$. On donnera le résultat sous forme factorisée.

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = (1-x)\mathrm{e}^{1-x} \qquad\qquad \forall x \in \mathbb{R} \quad f''(x) = (x-2)\mathrm{e}^{1-x}$$

On utilise chaque fois la formule de dérivée d'un produit.

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{1-x} + x \times \left(-\mathrm{e}^{1-x}\right) \\ &= \mathrm{e}^{1-x} - x\mathrm{e}^{1-x} \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{1-x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R} \quad f''(x) &= (-1) \times \mathrm{e}^{1-x} + (1-x) \times \left(-\mathrm{e}^{1-x}\right) \\ &= -\mathrm{e}^{1-x} - (1-x)\mathrm{e}^{1-x} \\ &= (-1-1+x)\mathrm{e}^{1-x} \\ &= (x-2)\mathrm{e}^{1-x} \end{aligned}$$

2°) Démontrer que les points A et B de $\mathcal{C}$ d'abscisses respectives ln 2 et ln 4 ont la même ordonnée.

$$y_{\mathrm{A}} = f(\ln 2) = \ln 2 \times \mathrm{e}^{1-\ln 2} = \ln 2 \times \mathrm{e} \times \mathrm{e}^{-\ln 2} = \ln 2 \times \mathrm{e} \times \frac{1}{\mathrm{e}^{\ln 2}} = \ln 2 \times \mathrm{e} \times \frac{1}{2} = \frac{\mathrm{e} \ln 2}{2} \quad \text{(valeur exacte)}$$

$$y_{\mathrm{B}} = f(\ln 4) = \ln 4 \times \mathrm{e}^{1-\ln 4} = \ln 4 \times \mathrm{e} \times \mathrm{e}^{-\ln 4} = \ln 4 \times \mathrm{e} \times \frac{1}{\mathrm{e}^{\ln 4}} = \ln 4 \times \mathrm{e} \times \frac{1}{4} = \frac{\mathrm{e} \ln 4}{4} = \frac{\mathrm{e} 2 \ln 2}{4} = \frac{\mathrm{e} \ln 2}{2} \quad \text{(valeur exacte)}$$

On constate que $y_{\mathrm{A}} = y_{\mathrm{B}}$ donc les points A et B ont bien la même ordonnée.

On ne raisonne qu'avec des valeurs exactes.

3°) Démontrer que $\mathcal{C}$ admet un point d'inflexion I dont on donnera les coordonnées puis déterminer une équation de la tangente T en I à $\mathcal{C}$.
On note E et F les points d'intersection respectifs de T avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
Démontrer que I est le milieu du segment $[\mathrm{EF}]$.

On étudie le signe de $f''(x)$ suivant les valeurs de *x*.

Comme $\forall x \in \mathbb{R} \quad \mathrm{e}^{1-x} > 0$, le signe de $f''(x)$ est le même que celui de $x-2$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $f''(x)$		$-$	0	$+$	

D'après le tableau de signes, f'' vérifie les conditions suivantes :

C_1 : f'' s'annule pour $x = 2$ (unique valeur d'annulation).

C_2 : f'' change de signe en $x = 2$.

On en déduit que $\mathcal{C}$ admet le point I d'abscisse 2 pour point d'inflexion.

L'ordonnée de 2 est $f(2) = \frac{2}{\mathrm{e}}$.

Le tableau de signes permet de voir que *f* est concave sur l'intervalle $]-\infty\,;2]$ et convexe sur l'intervalle $[2\,;+\infty[$.
Cela aura une importance pour le graphique lorsque l'on tracera *T*.

On cherche une équation de la tangente *T* en I à $\mathcal{C}$.

On commence par calculer son coefficient directeur.

On calcule donc le nombre dérivé de *f* en 2.

On a $f'(2) = -\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Une équation de *T* s'écrit donc $y = -\frac{1}{\mathrm{e}}(x-2) + \frac{2}{\mathrm{e}}$ soit $y = \frac{4-x}{\mathrm{e}}$ (ou encore $x + \mathrm{e}y - 4 = 0$).

T coupe l'axe des abscisses au point $\mathrm{E}(4\,;0)$ et l'axe des ordonnées en $\mathrm{F}\left(0\,;\frac{4}{\mathrm{e}}\right)$.

$$\begin{cases} \dfrac{x_\mathrm{E} + x_\mathrm{F}}{2} = \dfrac{4+0}{2} = 2 = x_\mathrm{I} \\ \dfrac{y_\mathrm{E} + y_\mathrm{F}}{2} = \dfrac{0 + \frac{4}{\mathrm{e}}}{2} = \dfrac{2}{\mathrm{e}} = y_\mathrm{I} \end{cases}$$

On en déduit que I est le milieu de $[\mathrm{EF}]$.

Sur le graphique au verso, tracer avec soin la courbe $\mathcal{C}$, la tangente horizontale et la tangente en O.
Marquer le point I et tracer la tangente *T*.

Pour le tracé, on commence par dresser le tableau de variations de f.

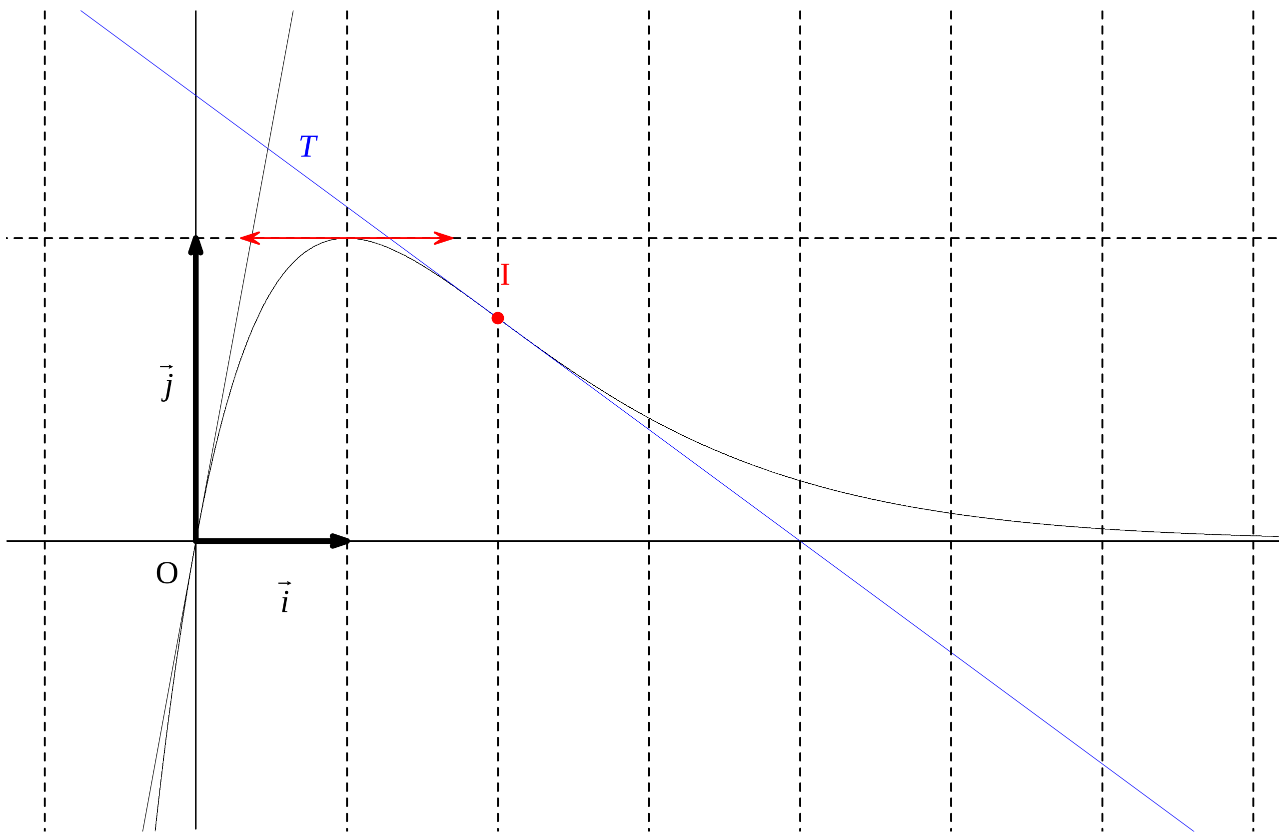
x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de e^x		$+$		$+$	
Signe de $1-x$		$+$	0	$-$	
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

$\mathcal{C}$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.

La tangente en O a pour coefficient directeur $f'(0)=\mathrm{e}$.

On tient compte du fait que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ (question suivante) donc $\mathcal{C}$ admet l'axe des abscisses pour asymptote horizontale en $+\infty$.

De plus, on peut démontrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ donc $\mathcal{C}$ admet une branche parabolique d'axe $(\mathrm{O}y)$ dirigée vers le bas en $-\infty$.



Pour le tracé de la tangente T, on fait en sorte qu'elle coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 4.

4°) On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x\mathrm{e}^{-x}\right) = 0$. À l'aide de ce résultat, déterminer la limite de f en $+\infty$.

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = x \times \mathrm{e} \times \mathrm{e}^{-x}$ donc $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = \mathrm{e} \times x\mathrm{e}^{-x}$.

Comme on admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x\mathrm{e}^{-x}\right) = 0$, on déduit aisément de la propriété sur la limite d'une fonction par un réel que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

Une autre idée serait d'utiliser un changement de variable $X = 1 - x$. C'est plus maladroit.

On considère la fonction Python `prem_ind(a)` qui prend pour argument un réel a strictement positif et qui renvoie le plus petit entier naturel n tel que $f(n) \leqslant a$.
Compléter les instructions manquantes dans l'encadré ci-dessous.

```
from math import exp

def f(x):
    y=x*exp(1-x)
    return y

def prem_ind(a):
    n=0
    while f(n)>a:
          n=n+1
    return n
```

IV.

À tout réel m strictement positif on associe la fonction $f_m : x \mapsto x^2 + m(\ln x - 1)$ définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ et on note $\mathcal{C}_m$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Démontrer que toutes les courbes $\mathcal{C}_m$ passent par le point $\mathrm{K}\left(\mathrm{e}\,;\mathrm{e}^2\right)$ que l'on précisera.

$$\begin{aligned}\forall m \in \mathbb{R} \quad f_m(\mathrm{e}) &= \mathrm{e}^2 + m(\ln \mathrm{e} - 1) \\ &= \mathrm{e}^2 + m \times (1 - 1) \\ &= \mathrm{e}^2 + m \times 0 \\ &= \mathrm{e}^2\end{aligned}$$

On en déduit que toutes les courbes $\mathcal{C}_m$ passent par le point $\mathrm{K}\left(\mathrm{e}\,;\mathrm{e}^2\right)$.

2°) Déterminer la limite de f_m en 0^+ (on rappelle que $m>0$).

$\lim\limits_{x\to 0^+} x^2 = 0 \quad (1)$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$ donc $\lim\limits_{x\to 0^+} (\ln x - 1) = -\infty$.

Comme $m>0$ par hypothèse, $\lim\limits_{x\to 0^+} m(\ln x - 1) = -\infty \quad (2)$.

Les égalités (1) et (2) permettent, par limite d'une somme, que $\lim\limits_{x\to 0^+} f_m(x) = -\infty$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$ donc $\lim\limits_{x\to 0^+} (\ln x - 1) = -\infty$.

Comme $m>0$ par hypothèse, $\lim\limits_{x\to 0^+} m(\ln x - 1) = -\infty \quad (2)$.

Recopier et compléter la phrase :
« Pour tout réel $m>0$, la courbe $\mathcal{C}_m$ admet ……………………………………………… pour asymptote verticale ».

Pour tout réel $m>0$, la courbe $\mathcal{C}_m$ admet la droite d'équation $x=0$ c'est-à-dire l'axe des ordonnées pour asymptote verticale.

3°) Démontrer que $\mathcal{C}_m$ admet un unique point d'inflexion I_m puis calculer le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_m$ en I_m en fonction de *m* sous la forme la plus simple possible.

Calculer $f_m'(x)$ puis $f_m''(x)$.

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^* \quad f_m'(x) = 2x + \frac{m}{x} \qquad\qquad \forall x \in \mathbb{R}_+^* \quad f_m''(x) = 2 - \frac{m}{x^2}$$

Afin d'étudier plus facilement le signe de $f_m''(x) = 2 - \frac{m}{x^2}$, on l'écrit sous la forme $f_m''(x) = \frac{2x^2 - m}{x^2}$ ou encore $f_m''(x) = \frac{\left(x\sqrt{2} - \sqrt{m}\right)\left(x\sqrt{2} + \sqrt{m}\right)}{x^2}$.

Le signe de $f_m''(x)$ est le même que celui de $x\sqrt{2} - \sqrt{m}$.

x	0		$\sqrt{\frac{m}{2}}$		$+\infty$
Signe de $f_m''(x)$	‖	$-$	0	$+$	

f_m'' vérifie les conditions suivantes :

C_1 : f_m'' s'annule pour $x=\sqrt{\frac{m}{2}}$ (unique valeur d'annulation).

C_2 : f_m'' change de signe en $x=\sqrt{\frac{m}{2}}$.

On en déduit que $\mathcal{C}_m$ admet le point I_m d'abscisse $\sqrt{\frac{m}{2}}$ pour point d'inflexion.

Le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_m$ en I_m est donné par le nombre dérivé $f_m'\left(\sqrt{\frac{m}{2}}\right)$.

$$
\begin{aligned}
f_m'\left(\sqrt{\frac{m}{2}}\right) &= 2\sqrt{\frac{m}{2}}+\frac{m}{\sqrt{\frac{m}{2}}}\\
&= \sqrt{2m}+m\times\sqrt{\frac{2}{m}}\\
&= \sqrt{2m}+\sqrt{m}\times\cancel{\sqrt{m}}\times\frac{\sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{m}}}\\
&= \sqrt{2m}+\sqrt{m}\times\sqrt{2}\\
&= \sqrt{2m}+\sqrt{2m}\\
&= 2\sqrt{2m}
\end{aligned}
$$

Le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_m$ en I_m est donc égal à $2\sqrt{2m}$.

V.

Pour préparer un examen, deux types de formations sont proposés aux futurs candidats :
- la formation type A
- la formation de type B.

À l'issue de ces formations, les candidats peuvent se présenter plusieurs fois à l'examen.
On considère un groupe de candidats dont un quart a suivi la formation de type A et le reste a suivi la formation de type B.

Parmi les personnes ayant suivi la formation de type A, $\frac{2}{3}$ a réussi l'examen lors du premier passage et le reste lors du deuxième passage.

Parmi les personnes ayant suivi la formation de type B, $\frac{4}{9}$ a réussi l'examen lors du premier passage, $\frac{1}{3}$ a réussi l'examen lors du deuxième passage et le reste lors du troisième passage.
On note X la variable aléatoire qui, à toute personne choisie au hasard dans le groupe, associe le nombre de fois où elle s'est présentée à l'examen jusqu'à sa réussite.

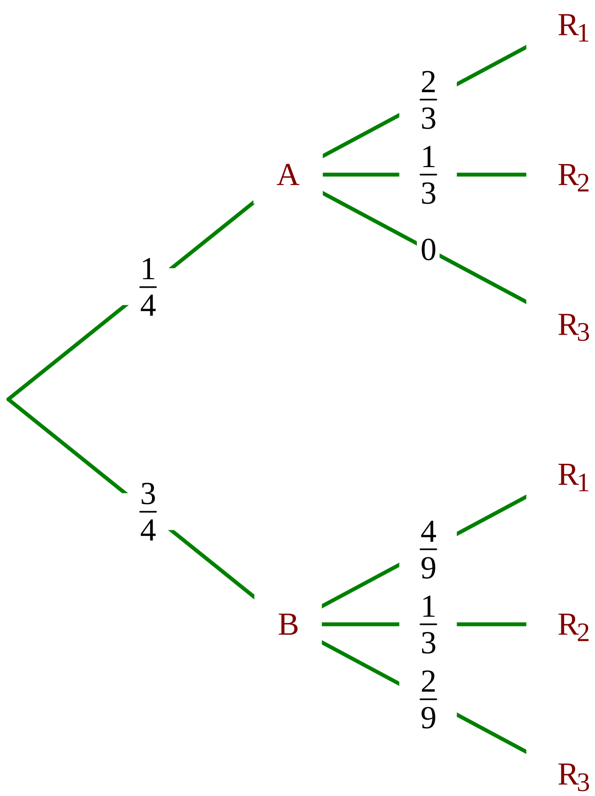
Donner la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau. Aucune justification n'est demandée.

X peut prendre les valeurs $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$.

La loi de probabilité de X est donnée dans le tableau ci-dessous (où P désigne la probabilité qui modélise l'expérience aléatoire).

x_i	1	2	3
$P(\mathrm{X} = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

On dresse un arbre de probabilités avec les événements suivants
A : « La personne a suivi la formation A » ;
B : « La personne a suivi la formation B » ;
R_1 : « La personne a réussi l'examen au premier passage » ;
R_2 : « La personne a réussi l'examen au deuxième passage » ;
R_3 : « La personne a réussi l'examen au troisième passage ».



$$P(\mathrm{X}=1)=P(\mathrm{R}_1)$$

$$=P(\mathrm{R}_1\cap\mathrm{A})+P(\mathrm{R}_1\cap\mathrm{B})$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{1}\times\frac{1}{3}$$

$$=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$$

$$=\frac{3}{6}$$

$$P(\mathrm{X}=2)=P(\mathrm{R}_2\cap\mathrm{A})+P(\mathrm{R}_2\cap\mathrm{B})$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}$$

$$=\frac{1}{12}+\frac{3}{12}$$

$$=\frac{4}{12}$$

$$=\frac{1}{3}$$

$$P(\mathrm{X}=3)=P(\mathrm{R}_3\cap\mathrm{A})+P(\mathrm{R}_3\cap\mathrm{B})$$

$$=0+\frac{3}{4}\times\frac{2}{9}$$

$$=0+\frac{3}{4}\times\frac{2}{9}$$

$$=\frac{3\times 2}{4\times 9}$$

$$=\frac{\cancel{3}\times\cancel{2}}{\cancel{2}\times 2\times\cancel{3}\times 3}$$

On vérifie que l'on a bien $P(\mathrm{X}=1)+P(\mathrm{X}=2)+P(\mathrm{X}=3)=1$.

$$\mathrm{E}(\mathrm{X})=\frac{5}{3}$$

$$\mathrm{V}(\mathrm{X})=\frac{5}{9}$$

$$\begin{aligned}E(X)&=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{6}\\&=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\\&=1+\frac{2}{3}\\&=\frac{5}{3}\end{aligned}$$

Pour calculer la variance, on peut utiliser soit la formule de définition soit la formule de König-Huygens. Cette dernière méthode est la meilleure car plus simple en calculs.

$$\begin{aligned}V(X)&=1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{1}{6}-\left(\frac{5}{3}\right)^2 \quad \text{(formule de Koenig-Huygens)}\\&=\frac{5}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V(X)&=\left(1-\frac{5}{3}\right)^2\times\frac{1}{2}+\left(2-\frac{5}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+\left(3-\frac{5}{3}\right)^2\times\frac{1}{6} \quad \text{(formule de définition)}\\&=\frac{5}{9}\end{aligned}$$

VI.

On considère un jeu qui se déroule en deux étapes.
• Étape 1 : Le joueur tire une boule dans une urne comportant 50 boules indiscernables au toucher dont 15 boules blanches et 35 boules noires.
• Étape 2 :
- si la boule tirée est blanche, il fait tourner une roue circulaire divisée en 10 secteurs de même angle dont 8 sont gagnants ;
- sinon, il fait tourner une autre roue circulaire divisée elle aussi en 10 secteurs de même angle dont un seul est gagnant.

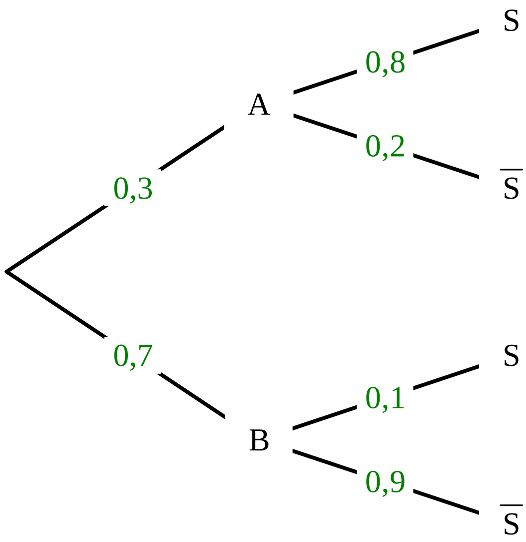
Un joueur doit effectuer 8 parties successives dans des conditions identiques indépendantes.
Il doit payer 20 euros pour jouer les 8 parties. Chaque partie gagnée lui rapporte 5 euros.
Calculer la probabilité qu'il réalise un bénéfice positif ou nul.
Déterminer la valeur arrondie au millième.

0,213

La réponse à la question nécessite un travail préalable.

On dresse un arbre de probabilités avec les événements suivants
A : « La boule tirée est blanche » ;
B : « La boule tirée est noire » ;
S : « La roue s'arrête sur un secteur gagnant ».

On va calculer la probabilité de S.



$P(S) = P(A \cap S) + P(B \cap S)$ (formule des probabilités totales)

$= 0,3 \times 0,8 + 0,7 \times 0,1$

$= 0,31$

X suit la loi binomiale de paramètres 8 (nombre d'épreuves) et 0,31 (probabilité d'un succès).

On cherche dans quels cas le joueur réalise un gain positif ou nul.

Pour cela, on peut dresser un tableau ou raisonner grâce à une inéquation.

Valeur de X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Bénéfice du joueur en euro	– 20	– 15	– 15	– 10	0	5	10	15	20

Le gain est positif ou nul lorsque le nombre de succès est supérieur ou égal à 4.

On cherche donc $P(X \geqslant 4)$.

Plutôt que de calculer $P(X \geqslant 4)$ en faisant la somme $P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)$, on a intérêt à utiliser les fonctionnalités de la calculatrice.

Pour la calculatrice TI Premium CE, on écrit $P(X \geqslant 4) = 1 - P(X \leqslant 3)$.

La valeur arrondie au millième de $P(X \geqslant 4)$ est 0,213.

VII.

Dans l'espace $\mathcal{E}$ muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les points $\mathrm{A}(1\,;2\,;7)$, $\mathrm{B}(2\,;0\,;2)$, $\mathrm{C}(3\,;1\,;3)$ et on note D la droite définie par le système d'équations paramétriques $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 5-4t \\ z = 2t-1 \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

On donnera les réponses directement dans le tableau ci-dessous.

1°) Déterminer les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$ normal au plan (ABC).

2°) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

3°) Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de D et (ABC).

4°) Déterminer la valeur exacte de $\cos \widehat{\mathrm{AOB}}$.

5°) On note S la sphère de centre O et de rayon $\sqrt{35}$.
Déterminer les coordonnées des points d'intersection K et L de S et D.
Indication : On utilisera une équation de S.

1°)	$(1\,;-2\,;1)$
2°)	$x-2y+z-4=0$
3°)	$\mathrm{I}(5\,;1\,;1)$
4°)	$\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$
5°)	$\mathrm{K}(3\,;5\,;-1)$ et $\mathrm{L}\left(\dfrac{17}{3}\,;-\dfrac{1}{3}\,;\dfrac{5}{3}\right)$

1°)

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ -5 \end{vmatrix}$ $\qquad$ $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{vmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{vmatrix}$

On observe qu'il n'existe pas de réel λ tel que $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \lambda\overrightarrow{\mathrm{AB}}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ ne sont donc pas colinéaires et pas conséquent, les points A, B, C ne sont pas alignés.

Pour déterminer les coordonnées d'un vecteur normal au plan (ABC), on cherche un vecteur non nul orthogonal à $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ (d'autres choix sont évidemment possibles).

On utilise alors la propriété suivante du cours.

> On considère deux vecteurs $\vec{u}(x\,;y\,;z)$ et $\vec{v}(x'\,;y'\,;z')$.
>
> Le vecteur $\vec{w}$ de coordonnées $\left(\begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} z & z' \\ x & x' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}\right)$ est orthogonal aux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

On calcule donc 3 déterminants 2-2.

On obtient le vecteur $\vec{u}\left|\begin{array}{l}(-2)\times(-4)-(-5)\times(-1)=8-5=3 \\ (-5)\times 2-1\times(-4)=-10+4=-6 \\ 1\times(-1)-2\times(-2)=-1+4=3\end{array}\right.$.

On peut vérifier que c'est bien un vecteur non nul orthogonal à $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ (en calculant des produits scalaires).

C'est donc un vecteur normal à (ABC).

En divisant les coordonnées de $\vec{u}$ par 3, on peut aussi dire que le vecteur $\vec{v}\left|\begin{array}{l}1 \\ -2 \\ 1\end{array}\right.$ est un vecteur normal à (ABC).

En effet, tout vecteur non nul colinéaire à $\vec{u}$ est aussi un vecteur normal à (ABC).

On peut vérifier directement, par calculs de produits scalaires, que ces deux vecteurs sont orthogonaux à $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$.

2°)

Soit M un point quelconque de l'espace de coordonnées $(x\,;y\,;z)$.

$$\begin{aligned}
\mathrm{M}\in(\mathrm{ABC}) &\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\vec{v}=0 \\
&\Leftrightarrow (x-1)\times 1+(y-2)\times(-2)+(z-7)\times 1=0 \\
&\Leftrightarrow x-1-2y+4+z-7=0 \\
&\Leftrightarrow x-2y+z-4=0
\end{aligned}$$

Une équation cartésienne de (ABC) s'écrit donc $x-2y+z-4=0$.

3°)

Le paramètre t de I sur D est la solution de l'équation $(3+2t)-2(5-4t)+(2t-1)-4=0 \quad (1)$.

$$(1) \Leftrightarrow 3+2t-10+8t+2t-1-4=0$$

$$\Leftrightarrow 12t=12$$

$$\Leftrightarrow t=1$$

D'où I $\left|\begin{array}{l} x_{\mathrm{I}}=3+2\times1=5 \\ y_{\mathrm{I}}=5-4\times1=1 \\ z_{\mathrm{I}}=2\times1-1=1 \end{array}\right.$.

4°)

On a $\cos\widehat{\mathrm{AOB}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}\bullet\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{\mathrm{OA}\times\mathrm{OB}}$.

On va donc calculer le produit scalaire $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\bullet\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ d'une part et les distances OA et OB d'autre part.

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\bullet\overrightarrow{\mathrm{OB}}=2+14=16$$

$\mathrm{OA}^2=1+4+49=54$ donc $\mathrm{OA}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$.

$\mathrm{OB}^2=8$ donc $\mathrm{OB}=2\sqrt{2}$.

$$\cos\widehat{\mathrm{AOB}}=\frac{16}{3\sqrt{6}\times2\sqrt{2}}$$

$$=\frac{16}{3\times4\sqrt{3}}$$

$$=\frac{4}{3\sqrt{3}}$$

5°) S a pour équation $x^2+y^2+z^2=35$.

Pour déterminer les coordonnées des points d'intersection de S et D, on résout donc l'équation $(3+2t)^2+(5-4t)^2+(2t-1)^2=35 \quad (2)$.

$$(2) \Leftrightarrow 9+12t+4t^2+25-40t+16t^2+4t^2-4t+1=35$$

$$\Leftrightarrow 24t^2-32t=0$$

$$\Leftrightarrow 3t^2-4t=0$$

$$\Leftrightarrow t(3t-4)=0$$

$$\Leftrightarrow t=0 \text{ ou } t=\frac{4}{3}$$

Il y a donc deux points d'intersection entre S et D. On note K et L ces deux points, K étant celui associé au paramètre 0 et L celui associé au paramètre $\dfrac{4}{3}$.

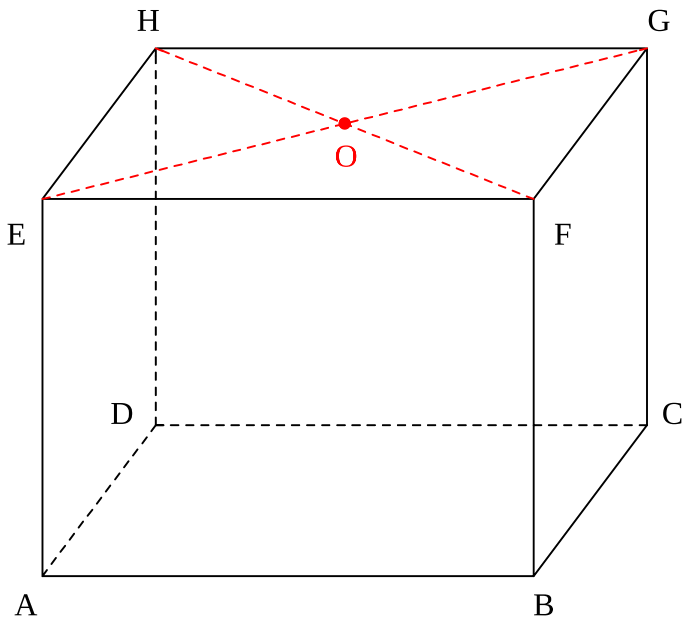
$$\text{K}\left|\begin{array}{l} x_{\text{K}}=3+2\times 0=3 \\ y_{\text{K}}=5-4\times 0=5 \\ z_{\text{K}}=2\times 0-1=-1 \end{array}\right. \qquad \text{L}\left|\begin{array}{l} x_{\text{L}}=3+2\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{17}{3} \\ y_{\text{L}}=5-4\times\dfrac{4}{3}=-\dfrac{1}{3} \\ z_{\text{L}}=2\times 0-\dfrac{4}{3}=\dfrac{5}{3} \end{array}\right.$$

VIII.

Dans cet exercice, il est demandé de ne pas rapporter l'espace à un repère orthonormé.

Soit ABCDEFGH un pavé droit tel que les faces ABCD et EFGH soient des carrés. On note O le centre de la face EFGH.
On pose $\text{AB}=a$ et $\text{AE}=b$, a et b étant des réels strictement positifs.

Calculer les produits scalaires $p=\overrightarrow{\text{OA}}\bullet\overrightarrow{\text{OB}}$ et $p'=\overrightarrow{\text{AO}}\bullet\overrightarrow{\text{CE}}$ en fonction de a et b.
Indication pour le calcul de p : On utilisera les décompositions suivantes $\overrightarrow{\text{OA}}=\overrightarrow{\text{OE}}+\overrightarrow{\text{EA}}$ et $\overrightarrow{\text{OB}}=\overrightarrow{\text{OF}}+\overrightarrow{\text{FB}}$.
Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur a et b pour que les droites (AO) et (CE) soient orthogonales.



$p = \overrightarrow{\text{OA}} \bullet \overrightarrow{\text{OB}}$

$= \left(\overrightarrow{\text{OE}} + \overrightarrow{\text{EA}}\right) \bullet \left(\overrightarrow{\text{OF}} + \overrightarrow{\text{FB}}\right)$

$= \overrightarrow{\text{OE}} \bullet \overrightarrow{\text{OF}} + \overrightarrow{\text{OE}} \bullet \overrightarrow{\text{FB}} + \overrightarrow{\text{EA}} \bullet \overrightarrow{\text{OF}} + \overrightarrow{\text{EA}} \bullet \overrightarrow{\text{FB}}$

On sait que EFGH est un carré par hypothèse donc $\overrightarrow{\text{OE}} \bullet \overrightarrow{\text{OF}} = 0$ (les diagonales d'un carré sont perpendiculaires)

On sait aussi que ABCDEFGH est un pavé droit donc $\overrightarrow{\text{OE}} \bullet \overrightarrow{\text{FB}} = \overrightarrow{\text{EA}} \bullet \overrightarrow{\text{OF}} = 0$.

$= \overrightarrow{\text{EA}} \bullet \overrightarrow{\text{FB}}$

$= \overrightarrow{\text{EA}}^2$ (utilisation de l'orthogonalité et de la colinéarité)

$= b^2$

Pour le calcul de p', on utilise une méthode par décomposition.

On peut noter que les points A, O, C, E appartiennent tous à un même plan.

$p' = \overrightarrow{\text{AO}} \bullet \overrightarrow{\text{CE}}$

$= \left(\overrightarrow{\text{AE}} + \overrightarrow{\text{EO}}\right) \bullet \left(\overrightarrow{\text{CA}} + \overrightarrow{\text{AE}}\right)$

$= \overrightarrow{\text{AE}} \bullet \overrightarrow{\text{CA}} + \overrightarrow{\text{AE}} \bullet \overrightarrow{\text{AE}} + \overrightarrow{\text{EO}} \bullet \overrightarrow{\text{CA}} + \overrightarrow{\text{EO}} \bullet \overrightarrow{\text{AE}}$

$= 0 + b^2 + \left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{\text{CA}}\right) \bullet \overrightarrow{\text{CA}} + 0$ (on utilise l'orthogonalité des vecteurs du premier et du quatrième produit scalaire)

$= b^2 - \frac{1}{2}\overrightarrow{\text{CA}}^2$

$= b^2 - \frac{1}{2}\text{CA}^2$

$= b^2 - \frac{1}{2}\left(a\sqrt{2}\right)^2$ (on utilise la propriété donnant la longueur des diagonales dans un carré de côté a)

$= b^2 - a^2$

On cherche une condition nécessaire et suffisante sur a et b pour que (AO) et (CE) soient orthogonales.

$(\mathrm{AO}) \perp (\mathrm{CE}) \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AO}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CE}}$ sont orthogonaux

$\Leftrightarrow p' = 0$

$\Leftrightarrow b^2 - a^2 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 = b^2$

$\Leftrightarrow a = b$ (car a et b sont positifs ou nuls ; les carrés de deux réels positifs ou nuls sont égaux si et seulement si ces réels sont égaux)

$\Leftrightarrow$ ABCDEFGH est un cube

Bonus sur 1 point à rédiger sur copie :

Seules les solutions abouties et correctement rédigées seront prises en compte.
Déterminer l'expression de la fonction f polynôme du troisième degré dont la courbe représentative $\mathcal{C}$ dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$ passe par les points $\mathrm{A}\left(-1\,;-\dfrac{9}{2}\right)$, $\mathrm{B}\left(1\,;\dfrac{1}{2}\right)$, $\mathrm{C}(2\,;-3)$, $\mathrm{D}\left(5\,;-\dfrac{3}{2}\right)$ puis déterminer les abscisses des points d'inflexion éventuels de $\mathcal{C}$.

On pose $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c, d sont quatre réels.

Comme $\mathcal{C}$ passe les points A, B, C, D dont les coordonnées sont données dans l'énoncé, on a :

$$\begin{cases} -a + b - c + d = -\dfrac{9}{2} \\ a + b + c + d = \dfrac{1}{2} \\ 8a + 4b + 2c + d = -3 \\ 125a + 25b + 5c + d = -\dfrac{3}{2} \end{cases}.$$

Il s'agit d'un système linéaire de quatre équations à quatre inconnues.

On peut le résoudre à la main en utilisant par exemple la méthode de substitution ou matricielle.

On peut aussi utiliser directement la calculatrice.

On obtient $a = \dfrac{1}{2}$, $b = -3$, $c = 2$, $d = 1$.

Ainsi f est définie par $f(x) = \dfrac{x^3}{2} - 3x^2 + 2x + 1$.

On calcule $f'(x)$ et $f''(x)$.

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f''(x) = 3x - 6$

On étudie le signe de $f''(x)$ suivant les valeurs de *x*.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $f''(x)$		$-$	0	$+$	

D'après le tableau de signes, f'' vérifie les conditions suivantes :

C_1 : f'' s'annule pour $x = 2$ (unique valeur d'annulation).

C_2 : f'' change de signe en $x = 2$.

On en déduit que $\mathcal{C}$ admet le point I d'abscisse 2 pour point d'inflexion.

Remarque : Le point I est également le centre de symétrie de $\mathcal{C}$ (propriété du cours pour les représentations graphiques des fonctions polynômes du troisième degré).