1ère 6 spécialité

Contrôle du vendredi 10 janvier 2020 (50 minutes)

À disposition :
- calculatrice ;
- fiche préparatoire.

Numéro : …..

Prénom et nom : ……………….……………………………….

Note : ….. / 20

I. (1 point)

On considère trois réels a, b, c.
Traduire par une égalité la condition C : « a, b, c forment dans cet ordre une suite arithmétique ».

………………………………… (une seule réponse)

II. (4 points)

Déterminer cinq réels vérifiant les conditions C_1 et C_2 suivantes.

C_1 : Rangés dans l'ordre croissant, les cinq réels forment une suite arithmétique de raison 2 ;

C_2 : La somme des carrés des trois plus petits est égale à la somme des carrés des deux autres.

On note x le réel placé en troisième position lorsque l'on range les cinq réels dans l'ordre croissant.

Exprimer les autres réels en fonction de x, sans introduire de notations supplémentaires.
Traduire le problème par une équation. En déduire les valeurs possibles de x et expliciter dans chaque cas les cinq réels.

………

………

………

………

………

………

………

III. (6 points : 1°) 3 points ; 2°) 3 points)

Les deux questions sont indépendantes l'une de l'autre.

1°) Déterminer trois réels a, b, c vérifiant les conditions C_1 et C_2 suivantes.
C_1 : Dans cet ordre, ils forment une suite arithmétique de raison – 2 ;
C_2 : Leur somme vaut 27.

………

………

………

………

………

………

………

2°) Déterminer trois réels a, b, c vérifiant les conditions C_1 et C_2 suivantes.
C_1 : Dans cet ordre, ils forment une suite géométrique de raison – 2 ;
C_2 : Leur somme vaut 27.

………

………

………

………

………

………

………

IV. (2 points)

Recopier et compléter les cases vides ci-dessous afin que les nombres pris dans l'ordre de gauche à droite forment une suite arithmétique.

$-\sqrt{2}$	…….	…….	$\sqrt{50}$

V. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

Les deux questions sont indépendantes l'une de l'autre.

1°) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison -3.
Exprimer le terme général u_n en fonction de *n*.
On répondra par une égalité de la forme « $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = ...$ ». La lettre *n* doit être la seule lettre figurant dans le membre de droite de l'égalité.

………………………………………………...……

2°) Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 5$ et de raison -3.
Exprimer le terme général v_n en fonction de *n*. Même consigne qu'au 1°).

………………………………………………...……

VI. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points)

Pour se préparer à une course à pied de 25 km, Pierre décide de s'entraîner tous les jours de la manière suivante : le premier entraînement fera 2000 m et ensuite il augmentera chaque jour de 20 % la distance parcourue le jour précédent.

Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on note u_n la distance parcourue en mètres lors du *n*-ième entraînement.
On a donc $u_1 = 2000$.

1°) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

…………………………………..

Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Répondre par une phrase précise.

…………………………………………………………………..…………………………………………………

…………………………………………………………………..…………………………………………………

2°) Lors de quel entraînement Pierre parcourra-t-il une distance supérieure ou égale à 25 km ? Quelle distance totale cumulée depuis le premier entraînement aura-t-il parcourue ? On donnera la valeur en km en arrondissant le résultat au centième.
On répondra de manière directe sans détailler la démarche ni les calculs.

………………..…………………………………………………………………………………………………

………………..…………………………………………………………………………………………………

VII. (1 point)

On considère le polynôme $P(x) = x \times (x-1) \times ... \times (x-2030)$.
Quel est le degré de $P(x)$? Que vaut $P(2020)$?

………………..…………………………………………………………………………………………………

………………..…………………………………………………………………………………………………

………………..…………………………………………………………………………………………………

………………..…………………………………………………………………………………………………

………………..…………………………………………………………………………………………………

………………..…………………………………………………………………………………………………

………………..…………………………………………………………………………………………………

………………..…………………………………………………………………………………………………

………………..…………………………………………………………………………………………………

VIII. (1 point)

À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur arrondie au millième du cosinus, du sinus et de la tangente de $\frac{\pi}{9}$.
Écrire les trois valeurs dans l'ordre sans égalité.

…………………….. …………………….. ……………………..

Corrigé du contrôle du 10-1-2020

I.

On considère trois réels a, b, c.
Traduire par une égalité la condition C : « a, b, c forment dans cet ordre une suite arithmétique ».

$$a+c=2b \text{ (une seule réponse)}$$

On peut aussi répondre $b=\dfrac{a+c}{2}$ ou $b-a=c-b$.

II.

Déterminer cinq réels vérifiant les conditions C_1 et C_2 suivantes.

C_1 : Rangés dans l'ordre croissant, les cinq réels forment une suite arithmétique de raison 2 ;

C_2 : La somme des carrés des trois plus petits est égale à la somme des carrés des deux autres.

On note x le réel placé en troisième position lorsque l'on range les cinq réels dans l'ordre croissant.

Exprimer les autres réels en fonction de x, sans introduire de notations supplémentaires.
Traduire le problème par une équation. En déduire les valeurs possibles de x et expliciter dans chaque cas les cinq réels.

On a : $(x-4)^2+(x-2)^2+x^2=(x+2)^2+(x+4)^2 \quad (1)$

(1) est successivement équivalente à :

$3x^2-12x+20=2x^2+12x+20$

$x^2-24x=0$

$x(x-24)=0$

$x=0$ ou $x=24$

Pour $x=0$, les cinq réels sont – 4, – 2, 0, 2 et 4.

Pour $x=24$, les cinq réels sont 10, 22, 24, 26, 28.

On peut effectuer une vérification dans chacun des deux cas.

III.

Les deux questions sont indépendantes l'une de l'autre.

1°) Déterminer trois réels a, b, c vérifiant les conditions C_1 et C_2 suivantes.
C_1 : Dans cet ordre, ils forment une suite arithmétique de raison – 2 ;
C_2 : Leur somme vaut 27.

D'après C_1, on a $b=a-2$ et $c=a-4$.

D'après C_2, on a $a+b+c=27$.

Compte tenu des expressions de b et c en fonction de a, on peut écrire $a+a-2+a-4=27$ d'où $3a=33$ qui donne $a=11$.

On a alors immédiatement $b=9$ et $c=7$.

2°) Déterminer trois réels a, b, c vérifiant les conditions C_1 et C_2 suivantes.
C_1 : Dans cet ordre, ils forment une suite géométrique de raison – 2 ;
C_2 : Leur somme vaut 27.

D'après C_1, on a $b=-2a$ et $c=4a$.

D'après C_2, on a $a+b+c=27$.

Compte tenu des expressions de b et c en fonction de a, on peut écrire $a-2a+4a=27$ d'où $3a=27$ qui donne $a=9$.

On a alors immédiatement $b=-18$ et $c=36$.

IV.

Recopier et compléter les cases vides ci-dessous afin que les nombres pris dans l'ordre de gauche à droite forment une suite arithmétique.

$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{50}$

Pour trouver, on note r la raison.

$-\sqrt{2}$	…	…	$\sqrt{50}$
	$\uparrow$ $-\sqrt{2}+r$	$\uparrow$ $-\sqrt{2}+2r$	$\uparrow$ $-\sqrt{2}+3r$

On peut éventuellement faire un schéma sur un axe (représentation sur la droite réelle).

On a $\sqrt{50}=-\sqrt{2}+3r$ soit $5\sqrt{2}=-\sqrt{2}+3r$ donc $3r=6\sqrt{2}$ ce qui donne $r=2\sqrt{2}$.

V.

Les deux questions sont indépendantes l'une de l'autre.

1°) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison -3.
Exprimer le terme général u_n en fonction de *n*.
On répondra par une égalité de la forme « $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = ...$ ». La lettre *n* doit être la seule lettre figurant dans le membre de droite de l'égalité.

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 5 - 3n$$

2°) Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 5$ et de raison -3.
Exprimer le terme général v_n en fonction de *n*. Même consigne qu'au 1°).

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = 5 \times (-3)^n$$

VI.

Pour se préparer à une course à pied de 25 km, Pierre décide de s'entraîner tous les jours de la manière suivante : le premier entraînement fera 2000 m et ensuite il augmentera chaque jour de 20 % la distance parcourue le jour précédent.

Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on note u_n la distance parcourue en mètres lors du *n*-ième entraînement.
On a donc $u_1 = 2000$.

1°) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

$$u_{n+1} = 1,2 u_n$$

Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 20 % est égal à $1 + \dfrac{20}{100} = 1,2$.

Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Répondre par une phrase précise.

(u_n) est une suite géométrique de raison 1,2 et de premier terme $u_1 = 2000$.

2°) Lors de quel entraînement Pierre parcourra-t-il une distance supérieure ou égale à 25 km ? Quelle distance totale cumulée depuis le premier entraînement aura-t-il parcourue ? On donnera la valeur en km en arrondissant le résultat au centième.
On répondra de manière directe sans détailler la démarche ni les calculs.

Pierre parcourra une distance supérieure ou égale à 25 km lors du 15^e^ entraînement.
Il aura alors parcouru une distance totale d'environ 144,07 km.

La suite (u_n) est strictement croissante.
Lors du quatorzième entraînement, la distance parcourue sera $u_{14} = 21378,6410...$ m.
Lors du quinzième entraînement, la distance parcourue sera $u_{15} = 25678,3692...$ m.

La distance totale parcourue sera donnée par la somme $u_1 + u_2 + ... + u_{15} = 144070,215...$ m.

Cette somme peut se noter $\displaystyle\sum_{k=1}^{k=15} u_k$.

On peut éventuellement utiliser la commande de la calculatrice permettant de calculer une somme, ici $\displaystyle\sum_{k=1}^{k=15} \left(2000 \times 1,2^{k-1}\right)$.

VII.

On considère le polynôme $P(x) = x \times (x-1) \times ... \times (x-2030)$.
Quel est le degré de $P(x)$? Que vaut $P(2020)$?

Le degré de $P(x)$ est égal à 2031 (le terme de plus haut degré dans le développement est x^{2031}.

L'un des facteurs de $P(x)$ est $x - 2020$. L'un des facteurs de $P(2020)$ sera donc $2020 - 2020 = 0$.
Le résultat sera donc égal à 0 : $P(2020) = 0$.

VIII.

À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur arrondie au millième du cosinus, du sinus et de la tangente de $\dfrac{\pi}{9}$.
Écrire les trois valeurs dans l'ordre sans égalité.

0,940……………………..0,342……………………..0,364