**1$^{\text{ère}}$ 6 spécialité**

# Contrôle du jeudi 19 décembre 2019 (2 heures)

| Numéro : ….. |
|---|

**Prénom et nom :** ……………….……………………………. **Note : ….. / 20**

---

## I. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

On considère le polynôme $P(x)=(x+3)(2x-1)-m(x+1)^2$ où $m$ est un réel.

1°) Dans cette question, on prend $m=1$.
Développer $P(x)$ puis mettre $P(x)$ sous forme canonique.

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…...………………………………………………………………………………………………………………

2°) On considère maintenant que $m$ est un réel quelconque.
Existe-t-il une valeur de $m$ telle $P(x)$ ne soit pas un polynôme du second degré ?

…..………………………………………………………………………………………………………………

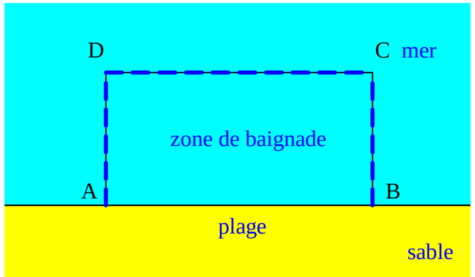
…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

## II. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

Les moniteurs d'un centre aéré disposent d'une ligne de bouchons de 60 m pour créer une zone rectangulaire de baignade surveillée au bord de la mer.
Le côté $[AB]$ est le bord de la plage supposé droit et les trois autres côtés correspondent à la ligne flottante.
Comme le centre affiche complet cette année, il va y avoir du monde dans l'eau !
Ils souhaitent donc positionner leur ligne de façon à obtenir une zone de baignade de surface maximale.




1°) On note $x$ la longueur en mètres des côtés perpendiculaires à la plage ($0 \leqslant x \leqslant 30$).
Exprimer en fonction de $x$ l'aire $\mathscr{A}$ de la zone de baignade terrain en $\text{m}^2$ (on donnera une expression développée).

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

2°) Former le tableau de variations de la fonction $f : x \mapsto 60x-2x^2$ sur l'intervalle $[0\,;30]$.
Justifier brièvement par une phrase et un calcul.
En déduire pour quelle valeur de $x$ l'aire $\mathscr{A}$ est maximale et donner la valeur de l'aire maximale.

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

…..………………………………………………………………………………………………………………

**III. (5 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points ; 3°) 1 point ; 4°) 1 point)**

On considère la fonction $f : x \mapsto x^3 - 3x^2 + x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Calculer $f'(x)$.

…………………………………………………………………………………………………………

2°) Compléter sans explication la phrase :

$f'$ s'annule en …………………………………………… [écrire la (ou les) valeur(s) de $x$, sans égalités].

Dans un même tableau, étudier le signe de $f'(x)$ et les variations de $f$ ; écrire les extremums sous la forme la plus simple possible.

3°) Déterminer une équation des tangentes à $\mathscr{C}$ aux points A et B d'abscisses respectives 0 et 1.

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

4°) Vérifier que pour tout réel $x$ on a $f(x) = (x-1)\left(x^2 - 2x - 1\right)$. En déduire les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

**IV. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point ; 3°) 1 point)**

On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$ définie sur $[0\,;+\infty[$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Rappeler le domaine de dérivabilité de $f$ et l'expression de $f'(x)$.

…....................................................................................................................................

2°) Calculer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 9.

…...............................................

3°) Quel est l'abscisse du point B de $\mathscr{C}$ en lequel la tangente a pour coefficient directeur 3 ?

…....................

**V. (3 points : 1°) 2 points ; 2°) 1 point)**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on donne les points $\text{E}\left(\sqrt{3}-1\,;\sqrt{3}+1\right)$, $\text{F}(1\,;0)$ et $\text{G}(0\,;2)$.

1°) Écrire une équation du cercle $\mathscr{C}$ de centre O passant par le point E et une équation de la droite $(\text{FG})$.

…....................................   …....................................

2°) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la droite $(\text{FG})$ et du cercle $\mathscr{C}$.

…....................................................................................................................................

…....................................................................................................................................

…....................................................................................................................................

…....................................................................................................................................

…....................................................................................................................................

…....................................................................................................................................

**VI. (1 point)**

Donner deux réels négatifs dont le cosinus est égal au sinus.

…....................................

**VII. (4 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points)**

On considère l'équation $x^2 \sin\alpha - x\cos\alpha - \dfrac{\sin\alpha}{4} = 0$ $(\text{E})$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ où $\alpha$ est un paramètre.

1°) Dans cette question, on envisage deux valeurs particulières de $\alpha$.

Quelles sont les solutions de $(\text{E})$ lorsque $\alpha = \dfrac{5\pi}{2}$ ?

.................................

Quelles sont les solutions de $(\text{E})$ lorsque $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$ ?

.................................

2°) On revient au cas où $\alpha$ est un réel quelconque qui n'est pas de la forme $k\pi$ avec $k$ entier relatif.
Expliquer pourquoi $(\text{E})$ est une équation du second degré.

Calculer ensuite le discriminant $\Delta$ de $(\text{E})$ et vérifier que la valeur de $\Delta$ est indépendante de $\alpha$.

Justifier que $(\text{E})$ admet toujours deux racines distinctes dans $\mathbb{R}$ dont on donnera les expressions en fonction de $\alpha$.

…....................................................................................................................................

…....................................................................................................................................

…....................................................................................................................................

…....................................................................................................................................

…....................................................................................................................................

…....................................................................................................................................

# Corrigé du contrôle du 19-12-2019

## I.

On considère le polynôme $P(x)=(x+3)(2x-1)-m(x+1)^2$ où $m$ est un réel.

1°) Dans cette question, on prend $m=1$.
Développer $P(x)$ puis mettre $P(x)$ sous forme canonique.

Pour $m=1$, $P(x)=(x+3)(2x-1)-(x+1)^2$.

$$\forall x\in\mathbb{R}\quad P(x)=2x^2-x+6x-3-\left(x^2+2x+1\right)$$

$$=2x^2+5x-3-x^2-2x-1$$

$$=x^2+3x-4$$

Pour déterminer la forme canonique de $P(x)$, on reprend la forme développée réduite.

$$\forall x\in\mathbb{R}\quad P(x)=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}-4$$

$$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$$

2°) On considère maintenant que $m$ est un réel quelconque.
Existe-t-il une valeur de $m$ telle $P(x)$ ne soit pas un polynôme du second degré ?

$$\forall x\in\mathbb{R}\quad P(x)=2x^2+5x-3-m\left(x^2+2x+1\right)$$

$$=(2-m)x^2+(5-2m)x-3-m$$

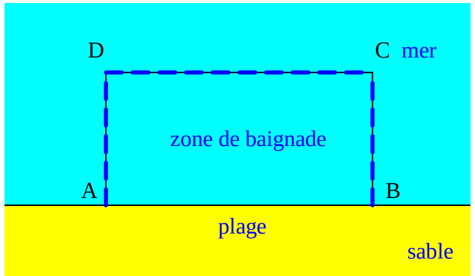
Le coefficient de $x^2$ est nul lorsque $m=2$ et uniquement dans ce cas.

Pour $m=2$, $P(x)$ n'est pas un polynôme du second degré.

---

## II.

Les moniteurs d'un centre aéré disposent d'une ligne de bouchons de 60 m pour créer une zone rectangulaire de baignade surveillée au bord de la mer.
Le côté $[AB]$ est le bord de la plage supposé droit et les trois autres côtés correspondent à la ligne flottante.
Comme le centre affiche complet cette année, il va y avoir du monde dans l'eau !
Ils souhaitent donc positionner leur ligne de façon à obtenir une zone de baignade de surface maximale.




1°) On note $x$ la longueur en mètres des côtés perpendiculaires à la plage ($0\leqslant x\leqslant 30$).
Exprimer en fonction de $x$ l'aire $\mathscr{A}$ de la zone de baignade terrain en $\text{m}^2$ (on donnera une expression développée).

On a $\mathscr{A}=\text{AB}\times\text{AD}$.

On doit calculer AB en fonction de $x$.

La ligne de bouée est disposée uniquement sur trois côtés du rectangle ABCD comme le montre le schéma.

On a donc $\text{AD}+\text{DC}+\text{CB}=60$ d'où $\text{DC}=60-2x$.

On a donc $\mathscr{A}=x(60-2x)$ soit $\mathscr{A}=60x-2x^2$.

2°) Former le tableau de variations de la fonction $f: x\mapsto 60x-2x^2$ sur l'intervalle $[0\,;30]$.
Justifier brièvement par une phrase et un calcul.
En déduire pour quelle valeur de $x$ l'aire $\mathscr{A}$ est maximale et donner la valeur de l'aire maximale.

$f$ admet une expression de la forme $ax^2+bx+c$ avec les coefficients $a=-2$, $b=60$, $c=0$.
Comme $a\neq 0$, $f$ appartient à la famille des fonctions polynômes du second degré.

On utilise la propriété des variations d'une fonction polynôme du second degré.
On peut aussi utiliser la dérivée.

On calcule $-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{60}{2\times(-2)}=15$.

Comme $a$ est strictement négatif, on obtient le tableau de variations suivant :

| $x$ | 0 | | 15 | | 30 |
|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | 0 | ↗ | 450 | ↘ | 0 |

$f(15)=60\times15-2\times15^2=450$

$f$ est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;15]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[15\,;30]$.

On constate que $f$ admet un maximum global sur l'intervalle $[0\,;30]$ égal à 450 et atteint pour $x=15$.

Comme $f(x)=\mathscr{A}$, l'aire $\mathscr{A}$ est maximale pour $x=15$ et vaut, dans ce cas, 450 $\text{m}^2$.

On vérifie les variations et la valeur du maximum grâce à la calculatrice en traçant la courbe représentative de $f$ avec une fenêtre adaptée.

---

**III.**

On considère la fonction $f : x \mapsto x^3 - 3x^2 + x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Calculer $f\,'(x)$.

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f\,'(x) = 3x^2 - 6x + 1$$

2°) Compléter sans explication la phrase :

$f\,'$ s'annule en $\dfrac{3-\sqrt{6}}{3}$ et $\dfrac{3+\sqrt{6}}{3}$ [écrire la (ou les) valeur(s) de $x$, sans égalités].

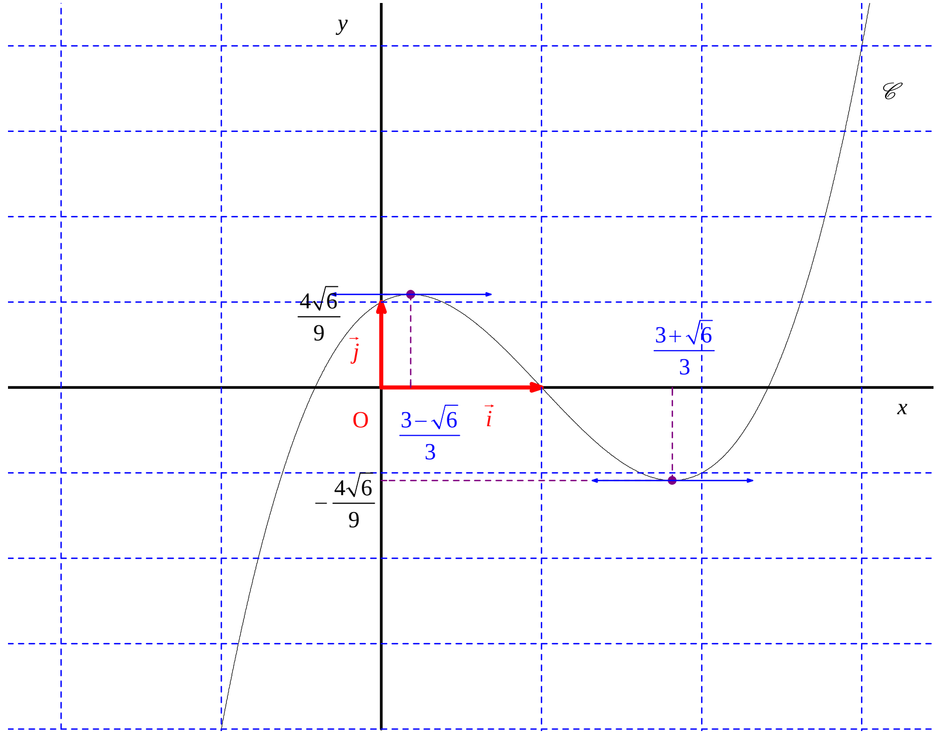
On utilise le discriminant réduit et on vérifie le résultat grâce à la calculatrice.

Dans un même tableau, étudier le signe de $f\,'(x)$ et les variations de $f$ ; écrire les extremums sous la forme la plus simple possible.

| $x$ | $-\infty$ | | $\dfrac{3-\sqrt{6}}{3}$ | | $\dfrac{3+\sqrt{6}}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f\,'(x)$ | | + | 0 | – | 0 | + | |
| Variations de $f$ | | $\nearrow$ | $\dfrac{4\sqrt{6}}{9}$ | $\searrow$ | $-\dfrac{4\sqrt{6}}{9}$ | $\nearrow$ | |

On utilise la règle du signe d'un polynôme du second degré.

On calcule les extremums locaux grâce à la calculatrice.




3°) Déterminer une équation des tangentes à $\mathscr{C}$ aux points A et B d'abscisses respectives 0 et 1.

La tangente à $\mathscr{C}$ en A a pour équation $y = f\,'(0)(x-0) + f(0)$ soit $y = x + 1$.

En effet, $f(0) = 1$ et $f\,'(0) = 1$.

La tangente à $\mathscr{C}$ en B a pour équation $y = f\,'(1)(x-1) + f(1)$ soit $y = 2 - 2x$.

En effet, $f(1) = 0$ et $f\,'(1) = -2$.

On vérifie les deux résultats grâce à la calculatrice en utilisant la commande de tracé d'une tangente.

4°) Vérifier que pour tout réel $x$ on a $f(x) = (x-1)\left(x^2 - 2x - 1\right)$. En déduire les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

On pose $g(x) = (x-1)\left(x^2 - 2x - 1\right)$.

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) = x^3 - 2x^2 - x - x^2 + 2x + 1$$

$$= x^3 - 3x^2 + x + 1$$

$$= f(x)$$

Les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses sont les solutions de l'équation $f(x)=0$ qui s'écrit $(x-1)(x^2-2x-1)=0 \quad (1)$.

$(1)$ équivaut à $x=1$ ou $x^2-2x-1=0$.

Considérons le polynôme $x^2-2x-1$.

On calcule son discriminant réduit $\Delta'=(-1)^2-1\times(-1)=1+1=2$.

Comme $\Delta'>0$, le polynôme admet deux racines distinctes dans $\mathbb{R}$ : $x_1=1+\sqrt{2}$ et $x_2=1-\sqrt{2}$.

$\mathscr{C}$ coupe donc l'axe des abscisses aux points d'abscisses 1, $1+\sqrt{2}$ et $1-\sqrt{2}$.

On vérifie avec la calculatrice en résolvant directement l'équation $x^3-3x^2+x+1=0$ (sans utiliser la calculatrice) grâce à la commande de la calculatrice permettant de résoudre des équations polynomiales.

---

**IV.**

On considère la fonction $f: x \mapsto \sqrt{x}$ définie sur $[0\,;+\infty[$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(\text{O}, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Rappeler le domaine de dérivabilité de $f$ et l'expression de $f'(x)$.

Le domaine de dérivabilité de $f$ est $]0\,;+\infty[$ ou $\mathbb{R}_+^*$ (la fonction « racine carrée » n'est pas dérivable en 0).

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^* \quad f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

2°) Calculer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 9.

$$f'(9)=\frac{1}{2\sqrt{9}}=\frac{1}{6}$$

On vérifie le résultat grâce à la calculatrice.

3°) Quel est l'abscisse du point B de $\mathscr{C}$ en lequel la tangente a pour coefficient directeur 3 ?

L'abscisse du point cherché est la solution de l'équation $f'(x)=3$ soit $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=3 \quad (1)$.

$(1)$ est successivement équivalente aux lignes suivantes :

$1=6\sqrt{x}$

$\sqrt{x}=\dfrac{1}{6}$

$x=\dfrac{1}{36}$

**V.**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\text{O}, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $\text{E}\left(\sqrt{3}-1\,;\sqrt{3}+1\right)$, $\text{F}(1\,;0)$ et $\text{G}(0\,;2)$.

1°) Écrire une équation du cercle $\mathscr{C}$ de centre O passant par le point E et une équation de la droite $(\text{FG})$.

$$x^2+y^2=8 \qquad\qquad y=2-2x$$

• Recherche d'une équation de $\mathscr{C}$:

On calcule le rayon de $\mathscr{C}$ au carré. On calcule donc $\text{OE}^2=\left(\sqrt{3}-1\right)^2+\left(\sqrt{3}+1\right)^2=8$.

$\mathscr{C}$ a donc pour équation $x^2+y^2=8$.

• Recherche d'une équation de $(\text{FG})$ :

1ère méthode : On cherche une équation réduite en utilisant le coefficient directeur.

On calcule le coefficient directeur de la droite $(\text{FG})$ : $m=\dfrac{y_\text{G}-y_\text{F}}{x_\text{G}-x_\text{F}}=\dfrac{2-0}{0-1}=-2$.

On applique ensuite la formule donnant une équation d'une droite passant par un point de coefficient directeur donné : $y=m(x-x_\text{F})+y_\text{F}$ soit $y=-2(x-0)+2$ ou plus simplement $y=2-2x$.

2e méthode : On cherche une équation cartésienne en utilisant le critère analytique de colinéarité.

Soit M est un point quelconque du plan de coordonnées $(x\,;y)$.

$\text{M}\in(\text{FG})$ si et seulement si $\overrightarrow{\text{FM}}\begin{vmatrix} x-1 \\ y \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{FG}}\begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix} x-1 & -1 \\ y & 2 \end{vmatrix}=0$ (on traduit la colinéarité à l'aide du déterminant)

si et seulement si $2(x-1)-y\times(-1)=0$ (on développe le déterminant ; on utilise des parenthèses)

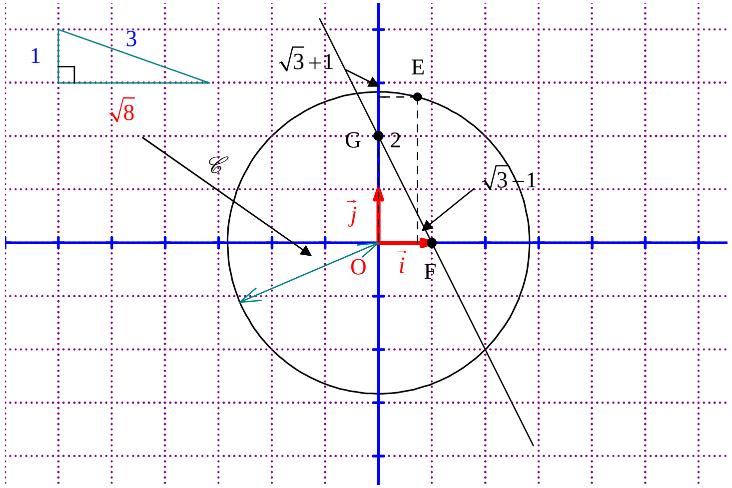
si et seulement si $2x-2+y=0$ (on poursuit le développement)

si et seulement si $2x+y-2=0$ (on réduit et on ordonne)

L'égalité $2x+y-2=0$ est une équation cartésienne de $(\text{FG})$.

On peut faire un graphique pour contrôler les résultats.

Pour construire un segment de longueur $\sqrt{8}$, on peut observer que $8=3^2-1^2$. On construit donc un triangle rectangle dont l'hypoténuse est égale à 3 et un côté de l'angle droit a pour longueur 1.




2°) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la droite $(FG)$ et du cercle $\mathscr{C}$.

1[ère] méthode :

Les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et $(FG)$ sont les solutions de l'équation $x^2+(2-2x)^2=8 \quad (1)$.

$(1)$ est successivement équivalente aux lignes suivantes :

$x^2+4-8x+4x^2=8$

$5x^2-8x-4=0$

$x=2$ (racine évidente) ou $x=-\dfrac{2}{5}$ [on peut aussi utiliser le discriminant réduit $\Delta'=16+20=36$ ]

Les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et $(FG)$ sont 2 et $-\dfrac{2}{5}$.

2[e] méthode :

Les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et $(FG)$ sont les solutions du système $\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ y=2-2x \end{cases}$.

Il s'agit d'un système de deux équations. La deuxième est une équation linéaire mais pas la première.

On résout donc le système par substitution.

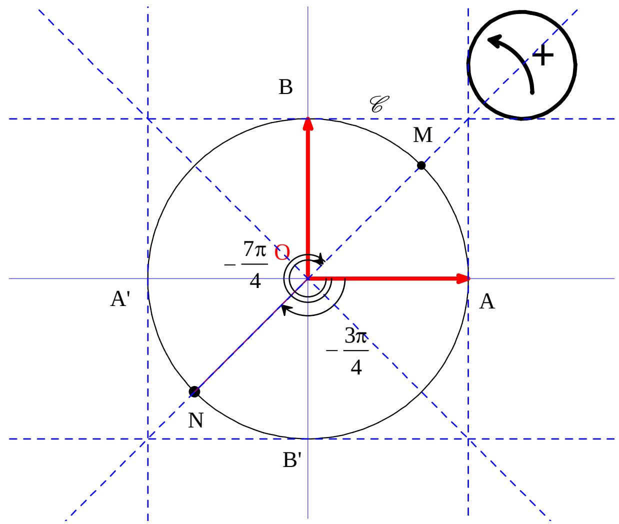
Le système est équivalent au système $\begin{cases} x^2+(2-2x)^2=8 \quad (1) \\ y=2-2x \end{cases}$.

On retrouve l'équation $(1)$ de la 1[ère] méthode.
On finit pareil.
On vérifie les résultats sur le graphique.

## VI.

Donner deux réels négatifs dont le cosinus est égal au sinus.

$$-\frac{3\pi}{4} \text{ et } -\frac{7\pi}{4}$$




Les images des réels dont le cosinus est égal au sinus sont les points M et N.
On cherche donc des réels négatifs associés à ces points comme sur le cercle trigonométrique tracés ci-dessous (mesures en radians des angles orientés formés par les demi-droites $[OA)$ et $[OM)$ dans cet ordre et $[OA)$ et $[ON)$ (voir codage marqué).

On connaît de manière évidente un réel dont le sinus est égal au cosinus : $\dfrac{\pi}{4}$. Mais ce nombre n'est pas négatif.

Il faut retrancher $2\pi$, $4\pi$ etc. pour trouver des nombres négatifs.

## VII.

On considère l'équation $x^2\sin\alpha - x\cos\alpha - \dfrac{\sin\alpha}{4}=0 \ (E)$ d'inconnue $x\in\mathbb{R}$ où $\alpha$ est un paramètre.

1°) Dans cette question, on envisage deux valeurs particulières de $\alpha$.

Quelles sont les solutions de $(E)$ lorsque $\alpha=\dfrac{5\pi}{2}$ ?

$$\frac{1}{2} \text{ et } -\frac{1}{2}$$

Pour $\alpha=\dfrac{5\pi}{2}$, $\cos\alpha=0$ et $\sin\alpha=1$. $(E)$ s'écrit donc $x^2-\dfrac{1}{4}=0$.

Il s'agit d'une équation du second degré, incomplète en $x$. On n'utilise donc pas le discriminant.

$(\mathrm{E})$ est successivement équivalente à :

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{1}{2}$$

Quelles sont les solutions de $(\mathrm{E})$ lorsque $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ?

Pour $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\cos\alpha = \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. $(\mathrm{E})$ s'écrit donc $x^2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} - x \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{4\sqrt{2}} = 0$.

$(\mathrm{E})$ est successivement équivalente à :

$x^2 - x - \frac{1}{4} = 0$ [on a multiplié les deux membres par $\sqrt{2}$ ]

$x = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ou $x = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$ (utilisation du discriminant qui vaut 2)

2°) On revient au cas où $\alpha$ est un réel quelconque qui n'est pas de la forme $k\pi$ avec $k$ entier relatif.
Expliquer pourquoi $(\mathrm{E})$ est une équation du second degré.
Calculer ensuite le discriminant $\Delta$ de $(\mathrm{E})$ et vérifier que la valeur de $\Delta$ est indépendante de $\alpha$.
Justifier que $(\mathrm{E})$ admet toujours deux racines distinctes dans $\mathbb{R}$ dont on donnera les expressions en fonction de $\alpha$.

$(\mathrm{E})$ est $ax^2 + bx + c = 0$ avec les coefficients $a = \sin\alpha$, $b = -\cos\alpha$, $c = -\frac{\sin\alpha}{4}$.

La condition « $\alpha$ n'est pas de la forme $k\pi$ avec $k$ entier relatif » garantit que $a \neq 0$ et donc $(\mathrm{E})$ est une équation du second degré.

$$\Delta = (-\cos\alpha)^2 - 4\sin\alpha \times \left(-\frac{\sin\alpha}{4}\right)$$

$$= \cos^2\alpha + \sin^2\alpha$$

$= 1$ (relation fondamentale de la trigonométrie : « La somme des carrés du cosinus et du sinus de n'importe quel réel vaut 1 »)

$\Delta > 0$ donc $(\mathrm{E})$ admet deux racines distinctes dans $\mathbb{R}$ : $x_1 = \frac{\cos\alpha + 1}{2\sin\alpha}$ et $x_2 = \frac{\cos\alpha - 1}{2\sin\alpha}$.

On peut retrouver les solutions obtenues pour les valeurs de $\alpha$ envisagées à la question 1°).