TS1 spécialité

Devoir pour le jeudi 7 novembre 2019

La totalité du devoir doit tenir sur une copie simple.

I. Déterminer les couples (x, y) d'entiers naturels vérifiant $x^2 - y^2 = 2019$ (E).

Vérifier en utilisant le site « dcode ».

On soignera la présentation et la rédaction.

- II. Le but de l'exercice est de déterminer les triplets (x, y, z) d'entiers naturels tels que $x^2 + y^2 + z^2 = 2019$.
- 1°) Justifier que les triplets cherchés sont formés d'entiers naturels inférieurs ou égaux à 44.
- 2°) Résoudre le problème à l'aide d'un programme sur calculatrice ou d'un programme Python.

Sur la copie, on attend:

- l'algorithme correspondant au programme rédigé en langage naturel ;
- la liste des triplets cherchés.

Vérifier à l'aide du site « dcode ».

Conseils

La présentation doit être la plus soignée possible.

Corrigé du devoir pour le 7-11-2019

I. Déterminer les couples (x, y) d'entiers naturels vérifiant $x^2 - y^2 = 2019$ (E).

Vérifier en utilisant le site « dcode ».

On soignera la présentation et la rédaction.

(E)
$$\Leftrightarrow$$
 $(x+y)(x-y) = 2019$ (E')

Comme x et y sont des entiers naturels, x + y est aussi un entier naturel donc positif ou nul.

L'égalité (E') montre immédiatement que x - y est aussi positif.

De plus, $x + y \ge x - y$.

Il y a 2 manières d'écrire 2019 comme produit de deux entiers naturels : $2019 = 1 \times 2019 = 3 \times 673$ (décompositions qui font apparaître les paires de diviseurs associés positifs de 2019).

(E')
$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 2019 \\ x - y = 1 \end{cases}$$
 ou
$$\begin{cases} x + y = 673 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1010 \\ y = 1009 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x = 338 \\ y = 335 \end{cases}$$
 (résolution immédiate par addition et soustraction membre à membre)

Les couples cherchés sont donc (1010;1009) et (338;335).

II. Le but de l'exercice est de déterminer les triplets (x, y, z) d'entiers naturels tels que $x^2 + y^2 + z^2 = 2019$.

1°) Justifier que les triplets cherchés sont formés d'entiers naturels inférieurs ou égaux à 44.

Soit (x, y, z) un triplet d'entiers naturels tel que $x^2 + y^2 + z^2 = 2019$.

On a $x^2 \le x^2 + y^2 + z^2$ soit $x^2 \le 2019$.

Comme x est un entier naturel, $x \le \sqrt{2019}$.

Or la calculatrice donne $\sqrt{2019} = 44,933283...$ donc $x \le 44$.

Le raisonnement s'applique de la même manière pour y et z.

On en déduit que x, y, z sont inférieurs ou égaux à 44.

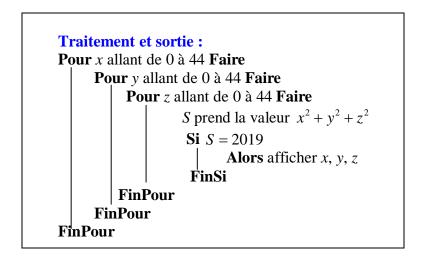
2°) Résoudre le problème à l'aide d'un programme sur calculatrice ou d'un programme Python.

Sur la copie, on attend :

- l'algorithme correspondant au programme rédigé en langage naturel ;
- la liste des triplets cherchés.

Vérifier à l'aide du site « dcode ».

On utilise trois boucles « Pour » imbriquées les unes dans les autres.



On obtient les cinq sortes de triplets :

- les triplets formés des nombres 1, 13, 43 ;
- les triplets formés des nombres 5, 25, 37 ;
- les triplets formés des nombres 7, 17, 41;
- les triplets formés des nombres 1, 17, 41, - les triplets formés des nombres 11, 23, 37;
- les triplets formés des nombres 13, 25, 35;
- ies triplets formes des nombres 15, 25, 55
- les triplets formés des nombres 17, 19, 37;
- les triplets formés des nombres 23, 23, 31.

Les triplets cherchés sont :

```
(1;13;43), (1;43;13), (13;1;43), (13;43;1), (43;1;13), (43;13;1), (5;25;37), (5;37;25), (25;5;37), (25;37;5), (37;5;25), (37;25;5), (7;11;43), (7;43;11), (11;7;43), (11;43;7), (43;7;11), (43;11;7), (7;17;41), (7;41;17), (17;7;41), (17;41;7), (41;7;17), (41;17;7), (11;23;37), (11;37;23), (23;11;37), (23;37;11), (37;11;23), (37;23;11), (13;13;41), (13;41;13), (41;13;13), (13;25;35), (13;35;25), (25;13;35), (25;35;13), (35;13;25), (35;25;13), (17;19;37), (17;37;19), (19;17;37), (19;37;17), (37;17;19), (37;19;17), (23;23;31), (23;31;23), (31;23;23).
```