TS1

Contrôle du samedi 5 octobre 2019 (2 heures)

I. (1 point)

Soit n un entier relatif quelconque. On pose $z=(1+\mathrm{i})^{4n+2}\times\mathrm{i}$.

Démontrer que $z=(-1)^{n+1}\times 2^{2n+1}$.

II. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points)

Soit m un réel. On considère l'équation $\left(z-\mathrm{i}\sqrt{2}\right)^2+z^2+\left(z+\mathrm{i}\sqrt{2}\right)^2=m$ (E) d'inconnue $z\in\mathbb{C}$.

1°) Dans cette question, on prend $m=-13$. Résoudre l'équation (E) dans ce cas.

2°) Dans cette question, on revient au cas où m est un réel quelconque.
Résoudre (E). On discutera suivant les valeurs de m.

III. (2 points)

Résoudre dans $\mathbb{C}^2$ le système $\begin{cases}(z+z')^2=-4\\(z-z')^2=1\end{cases}$.

IV. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points)

On pose $z=\dfrac{\mathrm{i}}{1+\dfrac{\mathrm{i}a}{1+\mathrm{i}}}$ où a est un réel.

1°) Déterminer la forme algébrique de z.

2°) Déterminer la (ou les) valeur(s) de a telle(s) que :

- z soit un réel ;
- $\mathrm{Re}\,z=-\mathrm{Im}\,z$.

V. (2 points)

On considère le polynôme $P(z)=z^4-4z^3-16z-16$ avec $z\in\mathbb{C}$.

En observant que $P(z)=z^4-16-4\left(z^3+4z\right)$ et que $z^4-16=\left(z^2-4\right)\left(z^2+4\right)$, déterminer une factorisation de $P(z)$ sous forme d'un produit de deux polynômes du second degré.
En déduire les racines complexes de $P(z)$.

Vérifier à l'aide la commande de la calculatrice permettant de résoudre les équations polynomiales.

VI. (2 points)

On considère l'algorithme ci-dessous rédigé en langage naturel où :

- les variables a et b sont des nombres complexes ;
- les variables n et k sont des entiers naturels avec $n\geqslant 1$.

Entrée :
Saisir n

Initialisation :
a prend la valeur $1-2\mathrm{i}$
b prend la valeur $\mathrm{i}-1$

Traitement :
Pour k allant de 1 à n **Faire**
  b prend la valeur $b+1$
  a prend la valeur $\overline{a}+b^2-1$
FinPour

Sortie :
Afficher a et b

Faire tourner l'algorithme « à la main » pour $n=2$ saisi en entrée.
Quels nombres obtient-on en sortie pour cette valeur de n ?
On n'attend aucun calcul. On se contentera d'écrire la réponse sur la copie.

VII. (2 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0=1$ et la relation de récurrence $u_{n+1}=1-2u_n$.

Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n=3u_n-1$.

Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

VIII. (3 points 1°) 1 point ; 2°) 2 points)

1°) Démontrer (sans utiliser de récurrence) que pour tout entier naturel $n \geqslant 3$, on a $2n^2 \geqslant (n+1)^2$.

2°) Pour tout entier naturel n, on définit la phrase $P(n)$: « $2^n \geqslant n^2$ ».

• Les propositions $P(0)$, $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $P(4)$ sont-elles vraies ou fausses ? Justifier uniquement pour l'une des propositions.

• On considère un entier naturel $k \geqslant 4$ tel que la phrase $P(k)$ soit vraie c'est-à-dire $2^k \geqslant k^2$.
Le but de la question est de démontrer qu'alors la phrase $P(k+1)$ est vraie c'est-à-dire $2^{k+1} \geqslant (k+1)^2$.

Recopier l'encadré ci-dessous en complétant les lignes manquantes.

En multipliant les deux membres de l'inégalité $2^k \geqslant k^2$ par 2 qui est un réel strictement positif, on obtient $2 \times 2^k \geqslant 2 \times k^2$ soit $2^{k+1} \geqslant 2k^2$.
....
....
On en déduit que la phrase $P(k+1)$ est vraie.

• Formuler une conclusion sous la forme d'une phrase.

IX. (1 point)

On rappelle que la partie entière d'un réel x est l'unique entier relatif p tel que $p \leqslant x < p+1$. Cet entier p est noté $\mathrm{E}(x)$.

À l'aide de la calculatrice, calculer $S = \sum_{k=0}^{k=2019} (-1)^{\mathrm{E}(k\sqrt{2})}$.

On répondra en écrivant uniquement l'égalité demandée.

X. (1 point)

Quel est le maximum de l'expression $x(1-x)$ lorsque x décrit $\mathbb{R}$? Préciser pour quelle valeur de x ce maximum est atteint.

Corrigé du contrôle du 5-10-2019

I.

Soit n un entier relatif quelconque. On pose $z=(1+\mathrm{i})^{4n+2}\times\mathrm{i}$.
Démontrer que $z=(-1)^{n+1}\times 2^{2n+1}$.

$z=(1+\mathrm{i})^{4n+2}\times\mathrm{i}$

$=\left[(1+\mathrm{i})^2\right]^{2n+1}\times\mathrm{i}$

$=(2\mathrm{i})^{2n+1}\times\mathrm{i}$

$=2^{2n+1}\times\left(\left(\mathrm{i}^2\right)^n\times\mathrm{i}\right)\times\mathrm{i}$

$=2^{2n+1}\times(-1)^n\times\mathrm{i}^2$

$=2^{2n+1}\times(-1)^{n+1}$

II.

Soit m un réel. On considère l'équation $\left(z-\mathrm{i}\sqrt{2}\right)^2+z^2+\left(z+\mathrm{i}\sqrt{2}\right)^2=m$ (E) d'inconnue $z\in\mathbb{C}$.

1°) Dans cette question, on prend $m=-13$. Résoudre l'équation (E) dans ce cas.

Pour $m=-13$, l'équation (E) s'écrit $\left(z-\mathrm{i}\sqrt{2}\right)^2+z^2+\left(z+\mathrm{i}\sqrt{2}\right)^2=-13$.

$(\mathrm{E})\Leftrightarrow z^2\cancel{-2\mathrm{i}z\sqrt{2}}-2+z^2+z^2\cancel{+2\mathrm{i}z\sqrt{2}}-2=-13$

$\Leftrightarrow 3z^2-4=-13$

$\Leftrightarrow z^2=-3$

$\Leftrightarrow z=\mathrm{i}\sqrt{3}$ ou $z=-\mathrm{i}\sqrt{3}$

Soit S l'ensemble des solutions de (E) pour $m=-13$.

$S=\left\{\mathrm{i}\sqrt{3}\,;-\mathrm{i}\sqrt{3}\right\}$

2°) Dans cette question, on revient au cas où m est un réel quelconque.
Résoudre (E). On discutera suivant les valeurs de m.

$(\mathrm{E})\Leftrightarrow 3z^2-4=m$

$\Leftrightarrow z^2=\dfrac{m+4}{3}$

Comme m est un réel, $\dfrac{m+4}{3}$ est aussi un réel. Il faut discuter suivant son signe qui ne dépend que de celui de $m+4$.

On se réfère à la propriété du cours sur la résolution de l'équation $z^2=a$ où a est un réel.

On effectue donc une discussion en distinguant trois cas selon que $m>-4$, $m=-4$, $m<-4$.

- Si $m>-4$, alors $(\mathrm{E})\Leftrightarrow z=\sqrt{\dfrac{m+4}{3}}$ ou $z=-\sqrt{\dfrac{m+4}{3}}$ (2 solutions réelles opposées).

- Si $m=-4$, alors $(\mathrm{E})\Leftrightarrow z=0$.

- Si $m<-4$, alors $(\mathrm{E})\Leftrightarrow z=\mathrm{i}\sqrt{-\dfrac{m+4}{3}}$ ou $z=-\mathrm{i}\sqrt{-\dfrac{m+4}{3}}$ (2 solutions imaginaires pures opposées et conjuguées).

Avec ce dernier cas, on retrouve les résultats obtenus pour $m=-13$ dans la question 1°).

III.

Résoudre dans $\mathbb{C}^2$ le système $\begin{cases}(z+z')^2=-4\\(z-z')^2=1\end{cases}$.

Résolvons dans $\mathbb{C}^2$ le système $\begin{cases}(z+z')^2=-4 & (1)\\(z-z')^2=1 & (2)\end{cases}$.

Il s'agit d'un système non linéaire de deux équations à deux inconnues.

On ne développe surtout pas les équations. On applique la propriété pour la résolution des équations de la forme $Z^2=a$ où a est un réel.

$(1)\Leftrightarrow z+z'=2\mathrm{i}$ ou $z+z'=-2\mathrm{i}$

$(2)\Leftrightarrow z-z'=1$ ou $z-z'=-1$

On est donc conduit à résoudre quatre systèmes linéaires.

$\begin{cases} z+z'=2\mathrm{i} \\ z-z'=1 \end{cases}$ | $\begin{cases} z+z'=-2\mathrm{i} \\ z-z'=1 \end{cases}$ | $\begin{cases} z+z'=-2\mathrm{i} \\ z-z'=-1 \end{cases}$ | $\begin{cases} z+z'=2\mathrm{i} \\ z-z'=-1 \end{cases}$

$\begin{cases} z=\dfrac{1}{2}+\mathrm{i} \\ z'=-\dfrac{1}{2}+\mathrm{i} \end{cases}$ | $\begin{cases} z=\dfrac{1}{2}-\mathrm{i} \\ z'=-\dfrac{1}{2}-\mathrm{i} \end{cases}$ | $\begin{cases} z=-\dfrac{1}{2}-\mathrm{i} \\ z'=\dfrac{1}{2}-\mathrm{i} \end{cases}$ | $\begin{cases} z=-\dfrac{1}{2}+\mathrm{i} \\ z'=\dfrac{1}{2}+\mathrm{i} \end{cases}$

Chaque système se résout très facilement en faisant la somme et la différence des équations.

On note S l'ensemble des solutions du système.

$$S=\left\{\left(\frac{1}{2}+\mathrm{i}\,;-\frac{1}{2}+\mathrm{i}\right);\left(\frac{1}{2}-\mathrm{i}\,;-\frac{1}{2}-\mathrm{i}\right);\left(-\frac{1}{2}-\mathrm{i}\,;\frac{1}{2}-\mathrm{i}\right);\left(-\frac{1}{2}+\mathrm{i}\,;\frac{1}{2}+\mathrm{i}\right)\right\}$$

IV.

On pose $z=\dfrac{\mathrm{i}}{1+\dfrac{\mathrm{i}a}{1+\mathrm{i}}}$ où a est un réel.

1°) Déterminer la forme algébrique de z.

$$z=\frac{\mathrm{i}}{\dfrac{1+\mathrm{i}+\mathrm{i}a}{1+\mathrm{i}}}$$

$$=\frac{\mathrm{i}}{\dfrac{1+\mathrm{i}(a+1)}{1+\mathrm{i}}}$$

$$=\frac{\mathrm{i}(1+\mathrm{i})}{1+\mathrm{i}(a+1)}$$

$$=\frac{\mathrm{i}-1}{1+\mathrm{i}(a+1)}$$

$$=\frac{(\mathrm{i}-1)(1-\mathrm{i}(a+1))}{1^2+(a+1)^2} \quad \text{(au dénominateur, } (1+\mathrm{i}(a+1))(1-\mathrm{i}(a+1))=1+(a+1)^2\text{)}$$

$$=\frac{\mathrm{i}+(a+1)-1+\mathrm{i}(a+1)}{1+(a+1)^2}$$

$$=\frac{a+\mathrm{i}(a+2)}{1+a^2+2a+1}$$

$$=\frac{a+\mathrm{i}(a+2)}{a^2+2a+2}$$

On a donc $\operatorname{Re} z=\dfrac{a}{a^2+2a+2}$ et $\operatorname{Im} z=\dfrac{a+2}{a^2+2a+2}$.

Autre méthode :

$$z=\frac{\mathrm{i}}{1+\dfrac{\mathrm{i}a}{1+\mathrm{i}}}$$

$$=\frac{\mathrm{i}}{1+\dfrac{\mathrm{i}a(1-\mathrm{i})}{2}}$$

$$=\frac{\mathrm{i}}{\dfrac{2+\mathrm{i}a+a}{2}}$$

$$=\frac{2\mathrm{i}}{2+a+\mathrm{i}a}$$

$$=\frac{2\mathrm{i}(2+a-\mathrm{i}a)}{(2+a)^2+a^2}$$

$$=\frac{2a+2\mathrm{i}(2+a)}{(2+a)^2+a^2}$$

On peut ensuite développer le dénominateur puis simplifier par 2 pour retrouver les expressions obtenues avec la première méthode.

2°) Déterminer la (ou les) valeur(s) de a telle(s) que :

- z soit un réel ;
- $\operatorname{Re} z=-\operatorname{Im} z$.

- Déterminons les valeurs de a telles que $z\in\mathbb{R}$.

$$z\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \operatorname{Im} z=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a+2}{a^2+2a+2}=0$$

$$\Leftrightarrow a+2=0$$

$$\Leftrightarrow a=-2$$

• Déterminons les valeurs de a telles que $\operatorname{Re} z = -\operatorname{Im} z \quad (1)$.

$(1) \Leftrightarrow \dfrac{a}{a^2+2a+2} = -\dfrac{a+2}{a^2+2a+2}$

$\Leftrightarrow a = -a-2$

$\Leftrightarrow a = -1$

V.

On considère le polynôme $P(z) = z^4 - 4z^3 - 16z - 16$ avec $z \in \mathbb{C}$.

En observant que $P(z) = z^4 - 16 - 4(z^3 + 4z)$ et que $z^4 - 16 = (z^2-4)(z^2+4)$, déterminer une factorisation de $P(z)$ sous forme d'un produit de deux polynômes du second degré.
En déduire les racines complexes de $P(z)$.
Vérifier à l'aide la commande de la calculatrice permettant de résoudre les équations polynomiales.

$\forall z \in \mathbb{C} \quad P(z) = z^4 - 16 - 4(z^3 + 4z)$

$= (z^2-4)(z^2+4) - 4z(z^2+4)$

$= (z^2+4)(z^2-4-4z)$

$= (z^2+4)(z^2-4z-4)$

Pour déterminer les racines complexes de $P(z)$, on résout dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0 \quad (1)$.

$(1) \Leftrightarrow (z^2+4)(z^2-4z-4) = 0$

$\Leftrightarrow z^2 + 4 = 0 \quad (1') \text{ ou } z^2 - 4z - 4 = 0 \quad (1'')$

$(1') \Leftrightarrow z = 2\mathrm{i} \text{ ou } z = -2\mathrm{i}$

$(1'') \Leftrightarrow z = 2 + 2\sqrt{2} \text{ ou } z = 2 - 2\sqrt{2}$ (utilisation du discriminant réduit)

Les racines complexes de $P(z)$ sont $2\mathrm{i}$, $-2\mathrm{i}$, $2+2\sqrt{2}$ ou $2-2\sqrt{2}$.

On rappelle que tout réel est un nombre complexe donc $2+2\sqrt{2}$ ou $2-2\sqrt{2}$ sont bien des racines complexes du polynôme.

VI.

On considère l'algorithme ci-dessous rédigé en langage naturel où :
• les variables a et b sont des nombres complexes ;
• les variables n et k sont des entiers naturels avec $n \geqslant 1$.

Entrée :
Saisir n

Initialisation :
a prend la valeur $1-2\mathrm{i}$
b prend la valeur $\mathrm{i}-1$

Traitement :
Pour k allant de 1 à n **Faire**
  b prend la valeur $b+1$
  a prend la valeur $\overline{a} + b^2 - 1$
FinPour

Sortie :
Afficher a et b

Faire tourner l'algorithme « à la main » pour $n = 2$ saisi en entrée.
Quels nombres obtient-on en sortie pour cette valeur de n ?
On n'attend aucun calcul. On se contentera d'écrire la réponse sur la copie.

On remplit un tableau d'évolution des variables k, a, b sachant que $n = 2$.

k		1	2
b	$\mathrm{i}-1$	i (calcul : $\mathrm{i}-1+1$)	$\mathrm{i}+1$
a	$1-2\mathrm{i}$	$2\mathrm{i}-1$ (calcul : $\overline{1-2\mathrm{i}} + \mathrm{i}^2 - 1 = 1 + 2\mathrm{i} - 1 - 1$)	-2 (calcul : $\overline{2\mathrm{i}-1} + (\mathrm{i}+1)^2 - 1$)

On vérifie les résultats en programmant l'algorithme sur la calculatrice.

VII.

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 1 - 2u_n$.
Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = 3u_n - 1$.

Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

On va exprimer v_{n+1} en fonction de v_n pour tout entier naturel *n*.

$\forall n\in\mathbb{N}\quad v_{n+1}=3u_{n+1}-1$

$=3\left(1-2u_n\right)-1$ (utilisation de la relation de récurrence)

$=2-6u_n$

$=2\left(1-3u_n\right)$

$=-2v_n$

D'après cette relation, la suite $\left(v_n\right)$ est une suite géométrique de premier terme $v_0=2$ et de raison – 2.

La formule donnant le terme général d'une suite géométrique nous permet d'affirmer que $\forall n\in\mathbb{N}\quad v_n=2\times\left(-2\right)^n$.

Or on sait que $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=\dfrac{v_n+1}{3}$ donc $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=\dfrac{2\times\left(-2\right)^n+1}{3}$.

On peut aussi écrire $u_n=\dfrac{1-\left(-2\right)^{n+1}}{3}$.

On vérifie que la formule obtenue marche pour $n=0$.
On peut aussi vérifier pour les premiers termes de la suite.

La suite $\left(v_n\right)$ est une suite auxiliaire permettant de trouver l'expression explicite de u_n en fonction de *n*.

VIII.

1°) Démontrer (sans utiliser de récurrence) que pour tout entier naturel $n\geqslant 3$, on a $2n^2\geqslant\left(n+1\right)^2$.

1ère méthode : On étudie le signe de l'expression $\text{A}=2x^2-\left(x+1\right)^2$ avec $x\in\mathbb{R}$.

On développe cette expression.

$\forall x\in\mathbb{R}\quad \text{A}=x^2-2x-1$

A est un polynôme du second degré.

Le discriminant réduit de A est $\Delta'=2$.
Comme il est strictement positif, on en déduit que A admet pour racines $x_1=1+\sqrt{2}$ et $x_2=1-\sqrt{2}$.

Le polynôme A est positif lorsque $x\in\left]-\infty\,;x_2\right[\cup\left]x_1\,;+\infty\right[$.

$x_1=2,414...$ et $x_2=-0,414...$

Le plus petit entier naturel supérieur ou égal à x_1 est 3 donc on en déduit que $\text{A}\geqslant 0$ pour tout entier naturel supérieur ou égal à 3.

On en déduit que pour tout nombre entier naturel $n\geqslant 3$, on a $2n^2\geqslant\left(n+1\right)^2$.

2e méthode : On étudie le signe de l'expression $\text{B}=2n^2-\left(n+1\right)^2$ avec $n\in\mathbb{N}$.

On factorise cette expression.

$\forall n\in\mathbb{N}\quad \text{B}=\left[n\sqrt{2}-\left(n+1\right)\right]\left[n\sqrt{2}+\left(n+1\right)\right]=\left[n\left(\sqrt{2}-1\right)-1\right]\left[n\left(\sqrt{2}+1\right)+1\right]$

Le signe du deuxième facteur est positif pour tout entier naturel *n*.

Le signe du premier facteur est positif lorsque $n\geqslant\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ soit $n\geqslant\sqrt{2}+1$ donc pour tout entier naturel $n\geqslant 3$, $\text{B}\geqslant 0$.

On en déduit que pour tout nombre entier naturel $n\geqslant 3$, on a $2n^2\geqslant\left(n+1\right)^2$.

2°) Pour tout entier naturel *n*, on définit la phrase $P\left(n\right)$: « $2^n\geqslant n^2$ ».

• Les propositions $P\left(0\right)$, $P\left(1\right)$, $P\left(2\right)$, $P\left(3\right)$, $P\left(4\right)$ sont-elles vraies ou fausses ? Justifier uniquement pour l'une des propositions.

$P\left(0\right)$, $P\left(1\right)$, $P\left(2\right)$ sont vraies (car $2^0\geqslant 0^2$, $2^1\geqslant 1^2$, $2^2\geqslant 2^2$).

$P\left(3\right)$ est fausse.

$P\left(4\right)$ est vraie.

• On considère un entier naturel $k\geqslant 4$ tel que la phrase $P\left(k\right)$ soit vraie c'est-à-dire $2^k\geqslant k^2$.
Le but de la question est de démontrer qu'alors la phrase $P\left(k+1\right)$ est vraie c'est-à-dire $2^{k+1}\geqslant\left(k+1\right)^2$.

Recopier l'encadré ci-dessous en complétant les lignes manquantes.

En multipliant les deux membres de l'inégalité $2^k\geqslant k^2$ par 2 qui est un réel strictement positif, on obtient $2\times 2^k\geqslant 2\times k^2$ soit $2^{k+1}\geqslant 2k^2$. ……… ……… On en déduit que la phrase $P\left(k+1\right)$ est vraie.

En multipliant les deux membres de l'inégalité $2^k\geqslant k^2$ par 2 qui est un réel strictement positif, on obtient $2\times 2^k\geqslant 2\times k^2$ soit $2^{k+1}\geqslant 2k^2$.

D'après la question 1°), comme $k\geqslant 4$ par hypothèse, $2k^2\geqslant\left(k+1\right)^2$ donc $2^{k+1}\geqslant\left(k+1\right)^2$.

On utilise la « propriété de transitivité » de la relation d'ordre :

« Si $a \geqslant b$ et $b \geqslant c$, alors $a \geqslant c$ ».

On en déduit que la phrase $P(k+1)$ est vraie.

● Formuler une conclusion sous la forme d'une phrase.

Comme $P(4)$ est vraie et que si la phrase $P(k)$ est vraie pour un entier naturel $k \geqslant 4$, alors la phrase $P(k+1)$ est vraie, on en déduit que la phrase $P(n)$ est vraie pour tout entier naturel $n \geqslant 4$.

IX.

On rappelle que la partie entière d'un réel x est l'unique entier relatif p tel que $p \leqslant x < p+1$. Cet entier p est noté $\mathrm{E}(x)$.

À l'aide de la calculatrice, calculer $S = \sum_{k=0}^{k=2019} (-1)^{\mathrm{E}(k\sqrt{2})}$.

On répondra en écrivant uniquement l'égalité demandée.

On écrit $\sum_{\mathrm{K}=0}^{2019} \left((-1)^{\mathrm{E}(k\sqrt{2})}\right)$ (présence de parenthèses obligatoires sinon la calculatrice ne comprend quelle somme elle doit calculer et donne un résultat faux).

On obtient – 2.

Donc $S = -2$.

Il n'y a pas moyen de calculer S autrement (pas de formule sommatoire).

X.

Quel est le maximum de l'expression $x(1-x)$ lorsque x décrit $\mathbb{R}$? Préciser pour quelle valeur de x ce maximum est atteint.

On considère la fonction $f : x \mapsto x(1-x)$ définie sur $\mathbb{R}$.

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = x - x^2$

On étudie les variations de f sur $\mathbb{R}$.
On peut soit utiliser la dérivée soit utiliser directement le cours sur les fonctions polynômes du second degré.

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynôme.

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = 1 - 2x$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		+	0	–	
Variations de f		↗	$\frac{1}{4}$	↘	

D'après le tableau de variations, f admet un maximum global sur $\mathbb{R}$ égal à $\frac{1}{4}$ atteint pour $x = \frac{1}{2}$.

Le maximum est visible sur la calculatrice en traçant la courbe représentative de f à condition de choisir une bonne fenêtre graphique.

Un tableau de valeurs avec un pas de 1 ne permet pas de trouver ce maximum.

On peut aussi utiliser l'outil de la calculatrice permettant de déterminer le maximum d'une fonction sur un intervalle fermé borné.