1$^{\text{ère}}$ S2

Contrôle du vendredi 12 octobre 2018 (50 min)

Prénom : ……………………………… **Nom :** ………………………………

Note : …. / 20

Dans les exercices **I** et **II**, le plan P est muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

I. (6 points : 1°) 2 points ; 2°) 1 point ; 3°) 1 point ; 4°) 2 points)

À tout réel m on associe la droite D_m d'équation cartésienne $(m+1)x - my + 1 - m = 0$.

1°) Dans cette question, on prend $m = 2$. Une équation cartésienne de D_2 s'écrit alors $3x - 2y - 1 = 0$.

Compléter les phrases suivantes :

La droite D_2 coupe l'axe des abscisses au point A $\left| \begin{matrix} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{matrix} \right.$.

La droite D_2 coupe l'axe des ordonnées au point B $\left| \begin{matrix} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{matrix} \right.$.

2°) On revient au cas général où m est un réel quelconque. Compléter la phrase :

Le vecteur $\vec{u} \left| \begin{matrix} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{matrix} \right.$ est un vecteur directeur de D_m.

3°) Écrire une équation de la droite D_0.

……………………………………………………

Que peut-on dire de la droite D_0 ? Répondre par une phrase sans justifier.

………

4°) Dans cette question, on suppose que $m \neq 0$.
Écrire l'équation réduite de D_m. En déduire le coefficient directeur de D_m et son ordonnée à l'origine.

D_m : ……………………………………………………

Le coefficient directeur de D_m est égal à …………………… (une seule expression sans égalité).

L'ordonnée à l'origine de D_m est égale à …………………… (une seule expression sans égalité).

II. (6 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point ; 3°) 3 points ; 4°) 1 point)

On considère la droite D d'équation $y = 1 - 2x$ ainsi que les points A $\left| \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right.$, B $\left| \begin{matrix} 2 \\ -3 \end{matrix} \right.$ et C $\left| \begin{matrix} 5 \\ 5 \end{matrix} \right.$.

1°) Compléter la phrase :

Le vecteur $\vec{u} \left| \begin{matrix} \ldots\ldots\ldots \\ \\ \ldots\ldots\ldots \end{matrix} \right.$ est un vecteur directeur de D.

2°) Quelle est l'abscisse du point de D d'ordonnée – 5 ?

……… (une seule réponse sans égalité)

3°) Déterminer une équation cartésienne de (BC) en respectant le modèle de rédaction donné ci-dessous.

Soit M un point quelconque du plan P de coordonnées $(x\,;y)$.

$\mathrm{M} \in (\mathrm{BC})$ si et seulement si ………………………………………………………………………………

si et seulement si $\begin{vmatrix} \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\ & \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \end{vmatrix} = \ldots..$

si et seulement si ………………………………………………

si et seulement si ………………………………………………

si et seulement si ………………………………………………

(BC) a pour équation cartésienne ……………………………………………….. .

4°) Déterminer l'équation réduite de la droite Δ passant par A de coefficient directeur 3.

……………………………… (une seule réponse)

III. (4 points)

Le but de l'exercice est de résoudre dans $\mathbb{R}^2$ algébriquement le système $\begin{cases} 3x+2y=-1 \\ 5x+7y=4 \end{cases}$.

À la fin, on vérifiera la solution à l'aide de l'application de résolution des systèmes linéaires de la calculatrice.

Le déterminant du système est égal à …….. .

Le déterminant est non nul donc le système admet ………………………………………………………… .

Pour obtenir le couple solution, on utilise les multiplicateurs placés à droite du système :

$$\begin{array}{l|l|l} \begin{cases} 3x+2y=-1 \\ \\ 5x+7y=4 \end{cases} & \begin{array}{l} \times \\ \\ \times \end{array} & \begin{array}{l} \times \\ \\ \times \end{array} \\ & \downarrow & \downarrow \\ & \text{pour annuler les } y & \text{pour annuler les } x \end{array}$$

$$\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots & (\leftarrow \text{ ligne avec } x) \\ \\ \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots & (\leftarrow \text{ ligne avec } y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots & (\text{égalité du type } x = \ldots) \\ \\ \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots & (\text{égalité du type } y = \ldots) \end{cases}$$

Le couple solution du système est : ……………….. .

Quelques conseils :

• On notera le couple solution avec des parenthèses (notation d'un couple, pas d'accolades).

• Pour les multiplicateurs, penser à mettre des parenthèses dans le cas de multiplicateurs négatifs.

IV. (4 points : 3 points + 1 point)

Soit ABC un triangle isocèle en A. On note I le milieu de $[\mathrm{BC}]$.

On précise que $\mathrm{BC}=4$ cm et que $\widehat{\mathrm{BAC}}=70°$. On note ℓ la longueur du segment $[\mathrm{AI}]$ en centimètres.

Faire une figure codée dans l'espace ci-dessous.

Déterminer ℓ. On attend la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.

$\ell = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (une seule expression, ne pas écrire d'unité)

La valeur arrondie au dixième de ℓ est ……….. (une seule réponse sans unité).

Recommandations

I.

4°) Une équation de droite est une égalité. Elle comporte le signe = .

II.

3°) Le point M a pour coordonnées $(x\,;\,y)$. On n'utilisera donc bien les notations x et y et non x_{M} et y_{M}.

Corrigé du contrôle du 12-10-2018

Dans les exercices **I** et **II**, le plan P est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

I.

À tout réel m on associe la droite D_m d'équation cartésienne $(m+1)x - my + 1 - m = 0$.

1°) Dans cette question, on prend $m = 2$. Une équation cartésienne de D_2 s'écrit alors $3x - 2y - 1 = 0$.

Compléter les phrases suivantes :

La droite D_2 coupe l'axe des abscisses au point A$\left| \begin{array}{l} \frac{1}{3} \\ 0 \end{array} \right.$.

La droite D_2 coupe l'axe des ordonnées au point B$\left| \begin{array}{l} 0 \\ -\frac{1}{2} \end{array} \right.$.

2°) On revient au cas général où m est un réel quelconque. Compléter la phrase :

Le vecteur $\vec{u}\left| \begin{array}{l} m \\ m+1 \end{array} \right.$ est un vecteur directeur de D_m.

D_m admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$ avec $a = m+1$, $b = -m$ et $c = 1 - m$.

3°) Écrire une équation de la droite D_0.

$$x = -1$$

On remplace m par 0 dans l'égalité $(m+1)x - my + 1 - m = 0$.
On obtient $(0+1)x - 0y + 1 - 0 = 0$ qui donne immédiatement $x + 1 = 0$ ou encore $x = -1$.

Que peut-on dire de la droite D_0 ? Répondre par une phrase sans justifier.

D_0 est parallèle à l'axe des ordonnées.

4°) Dans cette question, on suppose que $m \neq 0$.
Écrire l'équation réduite de D_m. En déduire le coefficient directeur de D_m et son ordonnée à l'origine.

$$D_m \ : \ y = \frac{m+1}{m}x + \frac{1-m}{m}$$

On transforme l'égalité $(m+1)x - my + 1 - m = 0$ de manière à isoler y dans l'un des membres.
On obtient $(m+1)x + 1 - m = my$.

Comme m est non nul par hypothèse, on peut diviser les deux membres par m, ce qui donne $\frac{(m+1)x + 1 - m}{m} = y$.

Cette dernière égalité est équivalente à $y = \frac{m+1}{m}x + \frac{1-m}{m}$.

Le coefficient directeur de D_m est égal à $\frac{m+1}{m}$ (une seule expression sans égalité).

L'ordonnée à l'origine de D_m est égale à $\frac{1-m}{m}$ (une seule expression sans égalité).

II.

On considère la droite D d'équation $y = 1 - 2x$ ainsi que les points A$\left| \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \right.$, B$\left| \begin{array}{l} 2 \\ -3 \end{array} \right.$ et C$\left| \begin{array}{l} 5 \\ 5 \end{array} \right.$.

1°) Compléter la phrase :

Le vecteur $\vec{u}\left| \begin{array}{l} 1 \\ -2 \end{array} \right.$ est un vecteur directeur de D.

On applique directement la propriété du cours.

2°) Quelle est l'abscisse du point de D d'ordonnée -5 ?

3 (une seule réponse sans égalité)

On résout l'équation $1 - 2x = -5$.

3°) Déterminer une équation cartésienne de (BC) en respectant le modèle de rédaction donné ci-dessous.

Soit M un point quelconque du plan P de coordonnées $(x\,;\,y)$.

M $\in (\text{BC})$ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{\text{BM}}\left| \begin{array}{l} x-2 \\ y+3 \end{array} \right.$ et $\overrightarrow{\text{BC}}\left| \begin{array}{l} 3 \\ 8 \end{array} \right.$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix} x-2 & 3 \\ y+3 & 8 \end{vmatrix} = 0$

si et seulement si $8(x-2) - 3(y+3) = 0$

si et seulement si $8x - 16 - 3y - 9 = 0$

si et seulement si $8x - 3y - 25 = 0$

(BC) a pour équation cartésienne $8x - 3y - 25 = 0$.

4°) Déterminer l'équation réduite de la droite Δ passant par A de coefficient directeur 3.

$y = 3x - 5$ (une seule réponse)

La méthode le plus rapide consiste à utiliser la formule du cours donnant l'équation d'une droite passant par un point et de coefficient directeur donné.
Δ a pour équation $y=3\left(x-x_{\mathrm{A}}\right)+y_{\mathrm{A}}$ soit $y=3(x-2)+1$ $y=3x-5$.

III.

Le but de l'exercice est de résoudre dans $\mathbb{R}^2$ algébriquement le système $\begin{cases}3x+2y=-1\\5x+7y=4\end{cases}$.
À la fin, on vérifiera la solution à l'aide de l'application de résolution des systèmes linéaires de la calculatrice.

Le déterminant du système est égal à 11.

Le déterminant est non nul donc le système admet un unique couple solution.

Pour obtenir le couple solution, on utilise les multiplicateurs placés à droite du système :

$$\begin{cases}3x+2y=-1\\5x+7y=4\end{cases}\quad\begin{array}{|c|c}\times(-2) & \times(-5)\\ \times 7 & \times 3\\ \downarrow & \downarrow\\ \text{pour annuler les } y & \text{pour annuler les } x\end{array}$$

$$\begin{cases}11x=-15 & (\leftarrow \text{ ligne avec } x)\\ 11y=17 & (\leftarrow \text{ ligne avec } y)\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=-\dfrac{15}{11} & (\text{égalité du type } x=\ldots)\\ y=\dfrac{17}{11} & (\text{égalité du type } y=\ldots)\end{cases}$$

Le couple solution du système est $\left(-\dfrac{15}{11};\dfrac{17}{11}\right)$.

Quelques conseils :

- On notera le couple solution avec des parenthèses (notation d'un couple, pas d'accolades).

- Pour les multiplicateurs, penser à mettre des parenthèses dans le cas de multiplicateurs négatifs.

IV.

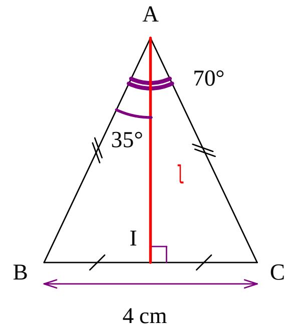
Soit ABC un triangle isocèle en A. On note I le milieu de $[\mathrm{BC}]$.
On précise que $\mathrm{BC}=4$ cm et que $\widehat{\mathrm{BAC}}=70°$. On note ℓ la longueur du segment $[\mathrm{AI}]$ en centimètres.

Faire une figure codée dans l'espace ci-dessous.

Déterminer ℓ. On attend la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.

$\ell=\dfrac{2}{\tan 35°}$ (une seule expression, ne pas écrire d'unité)

La valeur arrondie au dixième de ℓ est 2,9 (une seule réponse sans unité).



1ère méthode :

On sait que le triangle ABC est isocèle en A par hypothèse et que I est le milieu de $[\mathrm{BC}]$.
On en déduit que I est le pied de la hauteur issue de A. Ainsi, $(\mathrm{AI})\perp(\mathrm{BC})$ (sur la figure, on a marqué le codage de l'angle droit).
Ainsi le triangle ABI est rectangle en I.
On peut aussi dire que la droite (AI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{\mathrm{BAC}}$.
On a donc $\widehat{\mathrm{BAI}}=35°$.

Dans le triangle ABI, on a $\tan 35°=\dfrac{\mathrm{BI}}{\mathrm{AI}}$ ce qui donne $\tan 35°=\dfrac{2}{\ell}$ d'où $\ell\times\tan 35°=2$.

On en déduit que $\ell=\dfrac{2}{\tan 35°}$.
Il s'agit de la valeur exacte de ℓ. On peut aussi écrire $\ell=2\cot 35°$ (où cot désigne la « cotangente »).

Grâce à la calculatrice, on obtient $\ell=2{,}85629601\ldots$ (début de l'écriture décimale de ℓ).

On en déduit que la valeur arrondie au dixième de ℓ est 2,9.

2e méthode :

On sait que le triangle ABC est isocèle en A par hypothèse et que I est le milieu de $[\mathrm{BC}]$.
On en déduit que I est le pied de la hauteur issue de A. Ainsi, $(\mathrm{AI})\perp(\mathrm{BC})$ (sur la figure, on a marqué le codage de l'angle droit).
Ainsi le triangle ABI est rectangle en I.

Comme ABC est isocèle en A, $\widehat{\mathrm{CBA}}=\widehat{\mathrm{BCA}}=\dfrac{180-70}{2}^{\circ}=55°$.

Dans le triangle ABI, on a $\tan 55°=\dfrac{\ell}{2}$ d'où $\ell=2\tan 55°$.

Remarque : On peut tout aussi bien travailler dans le triangle rectangle ACI.