1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du mercredi 20 septembre 2017 (60 min)

Prénom : ……………………………… **Nom :** ………………………………

Note : …. / 20

I. (5 points : 1°) 3 points : 1 point par réponse ; 2°) 1 point ; 3°) 1 point)

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un réel de départ non nul.
- Calculer sa valeur absolue.
- Calculer l'inverse du résultat.
- Prendre le double du résultat précédent.

1°) Compléter sans justifier la deuxième ligne du tableau ci-dessous en écrivant à chaque fois le résultat sous la forme la plus simple possible. On s'arrangera en particulier pour que le résultat n'ait pas de radical au dénominateur.

Réel de départ	$x=-\dfrac{2}{3}$	$x=-\sqrt{2}$	$x=1-\sqrt{3}$
Résultat final			

2°) On note x le réel non nul choisi au départ et y le réel obtenu à la fin du programme de calcul.
Exprimer y en fonction de x en distinguant deux cas et sans utiliser la notation mathématique de valeur absolue.
Écrire un cas par ligne en commençant chacune par « Si x …, alors $y=$.... » (modèle à recopier et compléter pour chaque cas). Aucune explication n'est demandée.

• ………

• ………

3°) Existe-t-il un ou plusieurs réels tels que le résultat final soit égal au nombre choisi au départ ?
Si la réponse est oui, écrire le ou les réel(s) sur la ligne ci-dessous sans détailler la démarche.
Si la réponse est non, expliquer brièvement pourquoi sur les deux lignes plus bas.

……………………………………

………

………

II. (3 points : 1°) 2 points ; 2°) 1 point)

Les deux questions sont indépendantes.

1°) Simplifier l'expression $A=\sqrt{4-4\pi+\pi^2}-2\sqrt{\pi^2-6\pi+9}$.

On donnera la valeur exacte du résultat sous la forme $a+b\pi$ où a et b sont des entiers relatifs que l'on déterminera.
Écrire le détail des calculs sur les lignes ci-dessous en donnant toutes les explications utiles.

……………………………………………… (une seule égalité)

………

………

………

………

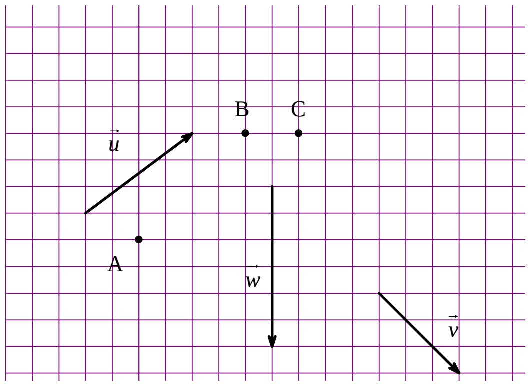
………

2°) Remplacer les pointillés par l'intervalle le plus grand possible de sorte que la phrase suivante est vraie.

Pour tout réel $x\in$ ...., la valeur absolue de x^2-4 est égale à $4-x^2$.

III. (4 points : 1 point pour chaque construction)

Sur la figure ci-dessous, construire les points M, N, P, Q définis par les égalités vectorielles suivantes :
$\overrightarrow{AM}=\vec{u}+\vec{v}$, $\overrightarrow{AN}=\vec{v}-\dfrac{1}{2}\vec{w}$, $\overrightarrow{BP}=\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$, $\overrightarrow{QC}=2\vec{v}-\vec{w}$.
On marquera les points en vert sans laisser les traits de construction apparents.



IV. (6 points : 1°) 3 points dont 1 point pour la construction ; 2°) 3 points)

Soit ABC un triangle quelconque. On considère le point L défini par l'égalité vectorielle $3\overrightarrow{AL}+2\overrightarrow{BL}=\overrightarrow{CL}$ (1).

1°) À l'aide de l'égalité (1), exprimer $\overrightarrow{AL}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
Écrire ci-dessous les différentes étapes de la démarche (une seule égalité par ligne sans aucune rédaction).
On visera un maximum d'efficacité dans les calculs vectoriels.
Construire ensuite L (en vert) sur la figure en bas de page en laissant les traits de construction apparents.

……

……

……

……

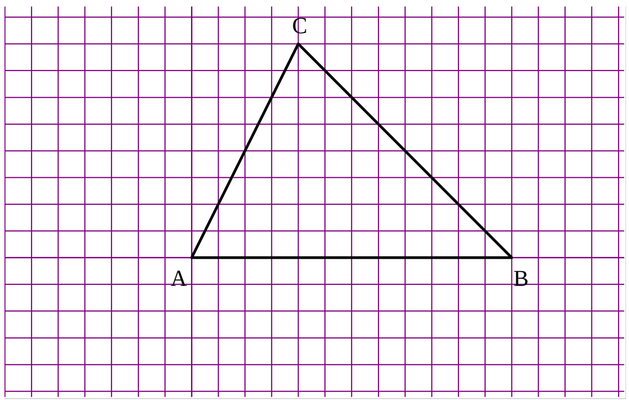
……

……

……

……

……



2°) On note I le milieu de $[AC]$. On complètera la figure.
Il est demandé de ne pas utiliser de repère.
Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AL}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont colinéaires. On attend une rédaction soignée.
Que peut-on en déduire ?

……

……

……

……

……

……

……

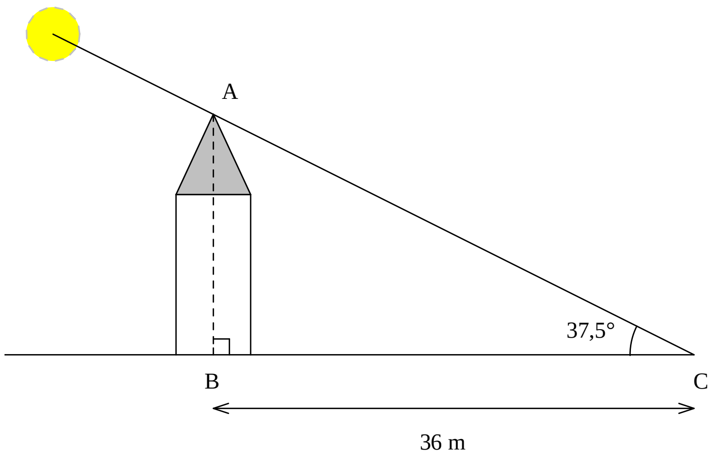
……

……

……

V. (2 points)

Quelle est la hauteur en mètres d'une tour qui donne 36 mètres d'ombre lorsque le soleil est élevé de 37,5° au-dessus de l'horizon ? On donnera la valeur arrondie au centième.



…………………………………………. (un seul résultat sans égalité)

Corrigé du contrôle du 20-9-2017

I.

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un réel de départ non nul.
- Calculer sa valeur absolue.
- Calculer l'inverse du résultat.
- Prendre le double du résultat précédent.

1°) Compléter sans justifier la deuxième ligne du tableau ci-dessous en écrivant à chaque fois le résultat sous la forme la plus simple possible. On s'arrangera en particulier pour que le résultat n'ait pas de radical au dénominateur.

Réel de départ	$x=-\dfrac{2}{3}$	$x=-\sqrt{2}$	$x=1-\sqrt{3}$
Résultat final	3	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}+1$

- Avec les notations de la question suivante, on a : $y=\dfrac{2}{\text{valeur absolue de } x}$ ou encore $y=\dfrac{2}{|x|}$.
- Il ne faut pas confondre inverse et opposé.
- Les calculs peuvent se faire directement à la calculatrice.

On note A, B, C les résultats obtenus à l'issue du programme de calcul pour les trois nombres figurant sur la première ligne du tableau.

$$A=\frac{2}{\text{valeur absolue de } -\dfrac{2}{3}}$$

$$=\frac{2}{\dfrac{2}{3}}$$

$$=\cancel{2}\times\frac{3}{\cancel{2}}$$

$$=3$$

$$B=\frac{2}{\text{valeur absolue de } -\sqrt{2}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\times\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}}$$

$$=\sqrt{2}$$

$$C=\frac{2}{\text{valeur absolue de } 1-\sqrt{3}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

$$=\frac{2\times\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\times\left(\sqrt{3}+1\right)}$$

$$=\frac{\cancel{2}\times\left(\sqrt{3}+1\right)}{\cancel{2}}$$

$$=\sqrt{3}+1$$

2°) On note x le réel non nul choisi au départ et y le réel obtenu à la fin du programme de calcul.
Exprimer y en fonction de x en distinguant deux cas et sans utiliser la notation mathématique de valeur absolue.
Écrire un cas par ligne en commençant chacune par « Si x …, alors $y=....$ » (modèle à recopier et compléter pour chaque cas). Aucune explication n'est demandée.

- Si $x>0$, alors $y=\dfrac{2}{x}$ (car valeur absolue de $x=x$ dans ce cas).
- Si $x<0$, alors $y=-\dfrac{2}{x}$ (car valeur absolue de $x=-x$ dans ce cas et $y=\dfrac{2}{-x}=-\dfrac{2}{x}$).

3°) Existe-t-il un ou plusieurs réels tels que le résultat final soit égal au nombre choisi au départ ?
Si la réponse est oui, écrire le ou les réel(s) sur la ligne ci-dessous sans détailler la démarche.
Si la réponse est non, expliquer brièvement pourquoi sur les deux lignes plus bas.

$\sqrt{2}$

On cherche les réels $x\neq 0$ tels que $y=x$ (1).

On utilise le résultat de la question précédente en distinguant deux cas.

1er cas : $x>0$

(1) est successivement équivalente à :

$\dfrac{2}{x}=x$

$x^2=2$

$x=\sqrt{2}$ (seule solution strictement positive)

2e cas : $x<0$

(1) est successivement équivalente à :

$-\dfrac{2}{x}=x$

$x^2=-2$ impossible dans $\mathbb{R}$

II.

Les deux questions sont indépendantes.

1°) Simplifier l'expression $A=\sqrt{4-4\pi+\pi^2}-2\sqrt{\pi^2-6\pi+9}$.

On donnera la valeur exacte du résultat sous la forme $a+b\pi$ où a et b sont des entiers relatifs que l'on déterminera.
Écrire le détail des calculs sur les lignes ci-dessous en donnant toutes les explications utiles.

$4-\pi$ (une seule égalité)

$A=\sqrt{(2-\pi)^2}-2\sqrt{(\pi-3)^2}$

$=|\,2-\pi\,|-2\times|\,\pi-3\,|$

$=\pi-2-2(\pi-3)$ (car $2-\pi<0$ et $\pi-3>0$)

$=4-\pi$

2°) Remplacer les pointillés par l'intervalle le plus grand possible de sorte que la phrase suivante est vraie.

Pour tout réel $x\in[-2\,;2]$, la valeur absolue de x^2-4 est égale à $4-x^2$.

On dresse un tableau de signe de $x^2-4=(x-2)(x+2)$.

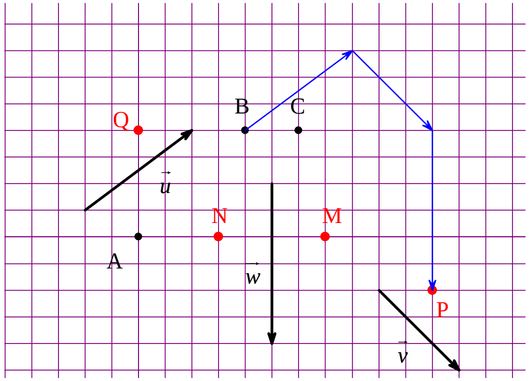
x^2-4 est négatif ou nul pour $x\in[-2\,;2]$ (et seulement dans ce cas).

III.

Sur la figure ci-dessous, construire les points M, N, P, Q définis par les égalités vectorielles suivantes :

$\overrightarrow{AM}=\vec{u}+\vec{v}$, $\overrightarrow{AN}=\vec{v}-\dfrac{1}{2}\vec{w}$, $\overrightarrow{BP}=\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$, $\overrightarrow{QC}=2\vec{v}-\vec{w}$.

On marquera les points en vert sans laisser les traits de construction apparents.



• Le mieux est d'effectuer les constructions en mettant les vecteurs « bout à bout ».

• Pour placer le point Q, on utilise l'égalité $\overrightarrow{CQ}=\vec{w}-2\vec{v}$.

IV.

Soit ABC un triangle quelconque. On considère le point L défini par l'égalité vectorielle $3\overrightarrow{AL}+2\overrightarrow{BL}=\overrightarrow{CL}$ (1).

1°) À l'aide de l'égalité (1), exprimer $\overrightarrow{AL}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

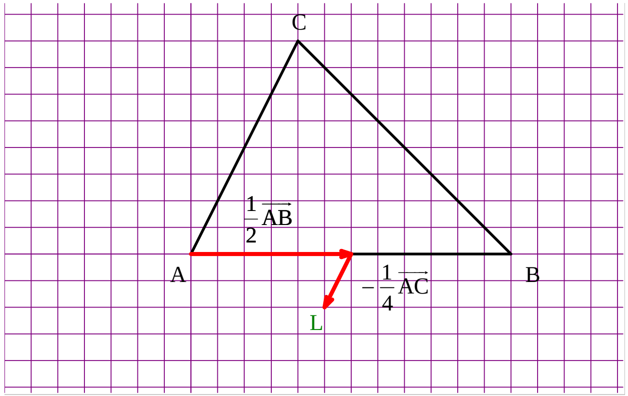
Écrire ci-dessous les différentes étapes de la démarche (une seule égalité par ligne sans aucune rédaction).
On visera un maximum d'efficacité dans les calculs vectoriels.
Construire ensuite L (en vert) sur la figure en bas de page en laissant les traits de construction apparents.

(1) donne successivement les égalités suivantes :

$3\overrightarrow{AL}+2\left(\overrightarrow{AL}-\overrightarrow{AB}\right)=\overrightarrow{AL}-\overrightarrow{AC}$

$4\overrightarrow{AL}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AL}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$



2°) On note I le milieu de $[AC]$. On complètera la figure.

Il est demandé de ne pas utiliser de repère.

Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AL}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont colinéaires. On attend une rédaction soignée.
Que peut-on en déduire ?

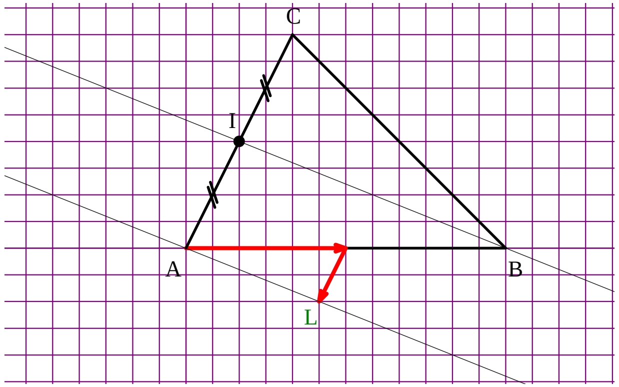
I est le milieu de $[AC]$ donc $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{AB}$ (relation de Chasles en forme soustractive)

$=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$

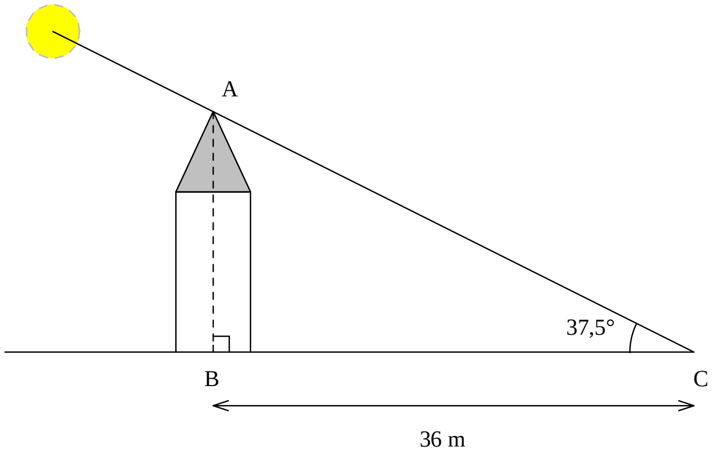
On remarque que $\overrightarrow{AL}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BI}$.

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AL}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont colinéaires.
Par suite, les droites (AL) et (BI) sont parallèles.



V.

Quelle est la hauteur en mètres d’une tour qui donne 36 mètres d’ombre lorsque le soleil est élevé de 37,5° au-dessus de l’horizon ? On donnera la valeur arrondie au centième.



26,62 m (un seul résultat sans égalité)

On travaille dans le triangle ABC rectangle en B.

On utilise la tangente de l’angle $\widehat{\text{ACB}}$.

$\tan \widehat{\text{ACB}} = \dfrac{\text{AB}}{\text{BC}}$ soit $\tan 37,5° = \dfrac{\text{BA}}{36 \text{ m}}$ donc $\text{BA} = (36 \text{ m}) \times \tan 37,5°$.

Avec la calculatrice, on obtient l’affichage : 27,62377157.

Remarque : En pratique, pour mesurer l’angle $\widehat{\text{ACB}}$, on peut utiliser un théodolite (voir article Wikipedia).