

Placer tous les diviseurs positifs de 36 dans un carré magique multiplicatif d'ordre 3 (à trois lignes et à trois colonnes).

Le but est que les produits des nombres d'une même ligne, d'une même colonne et des deux diagonales principales soient égaux.

Plan :**I.** Approche du problème**II.** On donne le carré.**III.** (Facultatif) Chercher tous les carrés possibles.

Corrigé du DM pour le 5-11-2015

Les diviseurs positifs de 36 sont 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Il s'agit d'un carré multiplicatif. Ainsi le produit de tous les nombres du carré est égal à :

$$\begin{aligned} P &= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 6 \times 9 \times 12 \times 18 \times 36 \\ &= 10077696 \end{aligned}$$

De plus, le produit d'une ligne, d'une colonne ou d'une diagonale est une constante C.

Déterminons cette constante.

$$C^3 = 10077696 \text{ donc } C = \sqrt[3]{10077696}$$

À l'aide de la calculatrice, on trouve : $C = 216$.

On en conclut que le produit des nombres de chaque ligne, colonne ou diagonale est égal à 216.

On décompose alors 216 en produits de trois termes chacun :

(1) $2 \times 3 \times 36 = 216$	(4) $6 \times 3 \times 12 = 216$	(7) $1 \times 6 \times 36 = 216$
(2) $3 \times 4 \times 18 = 216$	(5) $6 \times 4 \times 9 = 216$	(8) $1 \times 12 \times 18 = 216$
(3) $2 \times 9 \times 12 = 216$	(6) $6 \times 2 \times 18 = 216$	

On s'aperçoit alors que :

- le 6 apparaît une fois. Il est alors au centre du carré.
- le 1, le 4, le 9 et le 36 apparaissent deux fois. Ils sont donc situés entre les coins du carré (le centre excepté).
- le 2, le 3, le 12 et le 18 apparaissent trois fois. Ils sont donc situés aux quatre coins du carré.

Nous obtenons alors huit carrés magiques :

12	1	18
9	6	4
2	36	3

18	1	12
4	6	9
3	36	2

2	9	12
36	6	1
3	4	18

18	4	3
1	6	36
12	9	2

3	36	2
4	6	9
18	1	12

3	4	18
36	6	1
2	9	12

2	36	3
9	6	4
12	1	18

12	9	2
1	6	36
18	4	3