

Indicatrice d'Euler

① Définition

On appelle **indicatrice d'Euler** la fonction $\varphi : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$

$n \mapsto$ nombre d'entiers naturels $< n$ premiers avec n

$$\varphi(n) = \text{card}\{k \in \mathbb{N} / k \wedge n = 1\}$$

② Exemples

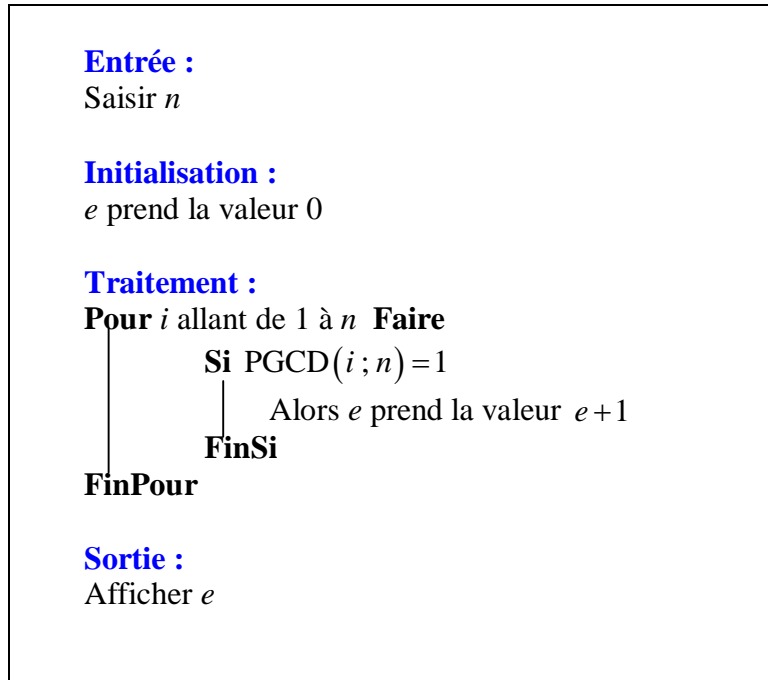
$$\varphi(4) = 2$$

$$\varphi(5) = 4$$

$$\varphi(8) = 4$$

③ Il n'existe pas de formule explicite en fonction de n .
Néanmoins, si p est un nombre premier, $\varphi(p) = p - 1$.

④ Il est possible d'utiliser un algorithme :



Réaliser le programme correspondant sur calculatrice.

⑤ Propriété

La fonction φ possède une propriété remarquable : elle est « multiplicative » c'est-à-dire que pour tout couple $(m; n)$ d'entiers naturels premiers entre eux on a $\varphi(m \times n) = \varphi(m) \times \varphi(n)$.