1ère S1

Contrôle du mardi 3 novembre 2015 (50 min)

Prénom : …… **Nom :** ……

Note : …. / 20

I. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point ; 3°) 1 point)

On considère le polynôme $P(x) = -x^2 - 2x + 3$.

1°) Calculer le discriminant réduit Δ' de $P(x)$.

$\Delta' =$ .....

2°) Donner sans justifier les racines de $P(x)$.

Les racines de $P(x)$ sont …….. .

3°) Donner une factorisation de $P(x)$ en facteurs du premier degré.

$P(x) =$ ..... (une seule égalité)

II. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

On considère le polynôme $P(x) = (m-1)x^2 - (2m-3)x + m + 1$ où m est un réel distinct de 1.

1°) Calculer le discriminant Δ de $P(x)$ en fonction de m.

$\Delta =$ .....

(un seul résultat sous forme développée réduite)

2°) Déterminer l'ensemble des réels m pour lesquels le polynôme admet deux racines distinctes dans $\mathbb{R}$.

……

(un seul résultat, sans égalité)

III. (6 points : 2 points par réponse)

Déterminer les ensembles de solutions S_1, S_2, S_3 respectivement des équations (1) et (2) et de l'inéquation (3) suivantes (recherche au brouillon) :

$x^2 + x\sqrt{2} - 1 = 0$ (1) ; $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$ (2) ; $2 + x - x^2 \geqslant 0$ (3).

$S_1 =$	$S_2 =$	$S_3 =$ .....

IV. (2 points)

On cherche deux réels dont la somme vaut – 4 et le produit vaut 1.

Les réels cherchés sont : …….. .

V. (2 points)

On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{-x}$.

Déterminer l'ensemble de définition **D** de f c'est-à-dire l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le calcul de $f(x)$ est possible.

$f(x)$ existe si et seulement si ……

si et seulement si ……

D = …….....

VI. (2 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $(\text{I})\begin{cases}|x|+|y|=4\\|x|-|y|=2\end{cases}.$

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

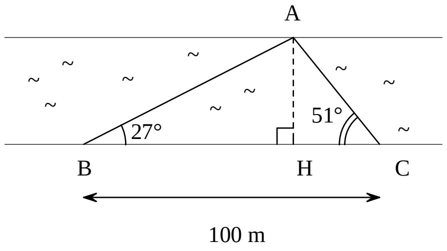
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

VII. (3 points : 1°) 1 point + 1 point ; 2°) 1 point)

Les bords d’une rivière sont assimilés à deux droites parallèles.

Le but de l’exercice est de calculer la largeur de cette rivière à partir des mesures ci-dessous effectuées sur le terrain.



Ne rien écrire sur la figure.

On note *h* la mesure de la longueur AH en mètres.

1°) Exprimer BH et CH en fonction de *h*.

BH = ...   CH = ...

2°) En déduire *h* (valeur exacte puis valeur arrondie au centième).

h = ...   (valeur exacte)

$h \approx$ ....   (valeur arrondie au centième)

Corrigé du contrôle du 3-11-2015

I.

On considère le polynôme $P(x) = -x^2 - 2x + 3$.

1°) Calculer le discriminant réduit Δ' de $P(x)$.

$$\Delta' = 4$$

2°) Donner sans justifier les racines de $P(x)$.

Les racines de $P(x)$ sont 1 et – 3.

3°) Donner une factorisation de $P(x)$ en facteurs du premier degré.

$$P(x) = -(x+3)(x-1) \text{ (une seule égalité)}$$

ou

$$P(x) = (x+3)(1-x)$$

On appelle facteur du premier degré une expression de la forme $ax + b$ où a est un réel non nul.

II.

On considère le polynôme $P(x) = (m-1)x^2 - (2m-3)x + m + 1$ où m est un réel distinct de 1.

1°) Calculer le discriminant Δ de $P(x)$ en fonction de m.

$$\Delta = 13 - 12m$$

(un seul résultat sous forme développée réduite)

Le réel m est un paramètre.

Les coefficients du polynôme sont $a = m - 1$ (coefficient de x^2), $b = -(2m-3)$ (coefficient de x), $c = m + 1$.

$$\begin{aligned}\Delta &= \left[-(2m-3)\right]^2 - 4(m-1)\times(m+1)\\ &= (2m-3)^2 - 4\left(m^2 - 1\right)\\ &= \left(4m^2 - 12m + 9\right) - 4m^2 + 4\\ &= 13 - 12m\end{aligned}$$

2°) Déterminer l'ensemble des réels m pour lesquels le polynôme admet deux racines distinctes dans $\mathbb{R}$.

$$\left]-\infty\,;1\right[\cup \left]1\,;\frac{13}{12}\right[$$

(un seul résultat, sans égalité)

Il fallait se souvenir que m est un réel distinct de 1.

III.

Déterminer les ensembles de solutions S_1, S_2, S_3 respectivement des équations (1) et (2) et de l'inéquation (3) suivantes (recherche au brouillon) :

$x^2 + x\sqrt{2} - 1 = 0$ (1) ; $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$ (2) ; $2 + x - x^2 \geqslant 0$ (3).

$S_1 = \left\{\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\,;-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\right\}$	$S_2 = \left\{\sqrt{3}\,;-\sqrt{3}\right\}$	$S_3 = [-1\,;2]$

IV.

On cherche deux réels dont la somme vaut – 4 et le produit vaut 1.

Les réels cherchés sont : $-2-\sqrt{3}$ et $-2+\sqrt{3}$.

Les réels cherchés sont solutions de l'équation $x^2 + 4x + 1 = 0$ (propriété du cours : nombres dont on connaît la somme et le produit).

V.

On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{-x}$.

Déterminer l'ensemble de définition **D** de f c'est-à-dire l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le calcul de $f(x)$ est possible.

$f(x)$ existe si et seulement si $-x \geqslant 0$

si et seulement si $x \leqslant 0$

$$\mathbf{D} =]-\infty\,;0]$$

VI.

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $(\mathrm{I})\begin{cases} |x|+|y|=4 \\ |x|-|y|=2 \end{cases}$.

On pose $X=|x|$ et $Y=|y|$ (changement d'inconnues).

Le système (I) s'écrit alors (II) $\begin{cases} X+Y=4 \\ X-Y=2 \end{cases}$.

Le système (II) est un système linéaire de deux équations à deux inconnues (on notera que le système (I) n'est pas un système linéaire à cause des valeurs absolues).
On calcule le déterminant.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1\times(-1)-1\times 1=-2\neq 0.$$

Le déterminant est non nul donc le système (II) admet un unique couple solution.
Pour trouver ce couple, on peut utiliser la méthode par combinaison ou par substitution.

Résolvons le système (II) par combinaisons linéaires.

$$(\mathrm{II})\begin{cases} X+Y=4 \\ X-Y=2 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \times 1 \\ \times 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \times(-1) \\ \times 1 \end{matrix}$$

On obtient :

$$\begin{cases} 2X=6 \\ -2Y=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X=3 \\ Y=1 \end{cases}$$

On revient au système (I).

On sait que $X=|x|$ et $Y=|y|$.

Donc le système (I) est successivement équivalent aux systèmes suivants :

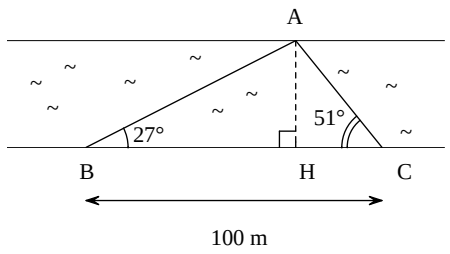
$$\begin{cases} |x|=3 \\ |y|=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \text{ ou } x=-3 \\ y=1 \text{ ou } y=-1 \end{cases}$$

L'ensemble des solutions de (I) est donc $S=\{(3\,;1)\,;(3\,;-1)\,;(-3\,;1)\,;(-3\,;-1)\}$.

VII.
Les bords d'une rivière sont assimilés à deux droites parallèles.

Le but de l'exercice est de calculer la largeur de cette rivière à partir des mesures ci-dessous effectuées sur le terrain.



Ne rien écrire sur la figure.

On note h la mesure de la longueur AH en mètres.

1°) Exprimer BH et CH en fonction de h.

$$\mathrm{BH}=\frac{h}{\tan 27°}\ \text{m} \qquad \mathrm{CH}=\frac{h}{\tan 51°}\ \text{m}$$

2°) En déduire h (valeur exacte puis valeur arrondie au centième).

$$h=\frac{100}{\dfrac{1}{\tan 27°}+\dfrac{1}{\tan 51°}} \qquad \text{(valeur exacte)}$$

$$h\approx 36{,}07 \qquad \text{(valeur arrondie au centième)}$$

On a : $\mathrm{BH}+\mathrm{CH}=\mathrm{BC}$ donc $\dfrac{h}{\tan 27°}+\dfrac{h}{\tan 51°}=100\ (1)$.

(1) donne $h\left(\frac{1}{\tan 27°}+\frac{1}{\tan 51°}\right)=100$ d'où $h=\frac{100}{\frac{1}{\tan 27°}+\frac{1}{\tan 51°}}$.

Avec la calculatrice, on trouve : $h=36,0699022...$.