

# Utilisation d'un énoncé en « si et seulement si »

## Introduction :

À partir de la seconde, un certain nombre d'énoncés de propriétés sont donnés sous la forme « ... si et seulement si ».

Au collège, de tels énoncés étaient formulées en deux parties « si ..., alors ... ».

La formulation du lycée est une forme condensée qui ne doit pas faire oublier qu'il s'agit en fait de deux énoncés (énoncé direct et énoncé réciproque). Cela est fondamental dans la mise en application ; Il faut en effet savoir lorsque l'on applique un tel énoncé, il est primordial de savoir si on utilise l'énoncé direct ou l'énoncé direct ou encore la contraposée (c'est là où ça peut se compliquer !).

On dit qu'un énoncé formulé à l'aide d'un « si et seulement si » a deux « sens » : « sens direct », « sens réciproque ».

## Exemple :

On se place dans le plan muni d'un repère.

On rappelle la propriété :

Soit  $\vec{u}(x; y)$  et  $\vec{v}(x'; y')$  deux vecteurs.

$\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires si et seulement si  $xy' - yx' = 0$ .

Cette propriété ainsi énoncé peut se formuler sous la forme de deux phrases conditionnelles :

$P$  : « Si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires, alors  $xy' - yx' = 0$ . »

$Q$  : « Si  $xy' - yx' = 0$ , alors  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires. »

## Utilisations :

①  $\vec{u}(2; 4)$  et  $\vec{v}(4; 8)$

$x_u y_v - y_u x_v = 0$  donc d'après  $Q$  (sens réciproque de l'énoncé de départ),  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires.

Une faute grave consisterait à dire que l'on a utilisé  $P$ .

②  $\vec{u}(2; 7)$  et  $\vec{v}(3; 5)$

$x_u y_v - y_u x_v = 0$  donc d'après la contraposée de  $P$ ,  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ne sont pas colinéaires.