$1^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 8 novembre 2013 (30 min)

Prénom : ……………………………………….………. **Nom :** ………………… **Note : …. / 20**

Barème :

exercice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
sur	1	1	2	2	1	2	2	3	1	2	3

1 Les grandeurs x et y données dans le tableau ci-dessous sont-elles inversement proportionnelles ?

x	3	4,5	2	1,5
y	6	4	9	12

☐ oui ☐ non

2 L'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{-x}$ est …………………… .

3 On note $\mathscr{C}$ la courbe de la fonction « cube » dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

On donne les points $\text{A}\left(\sqrt[3]{2}\,;2\right)$, $\text{B}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}};-\dfrac{\sqrt{2}}{8}\right)$, $\text{C}\left(10^3\,;10^{27}\right)$.

Compléter le tableau ci-dessous en indiquant par une croix les points qui appartiennent à $\mathscr{C}$.

A	B	C

4 On note $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ les courbes d'équations respectives $y = \dfrac{1}{x}$ et $y = x^2 - 4$ dans un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$ du plan.

On admet que les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ se coupent en trois points A, B, C tels que $x_{\text{A}} < x_{\text{B}} < x_{\text{C}}$.

Déterminer grâce à la calculatrice les approximations décimales d'ordre 3 par défaut des coordonnées de A.

L'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de x_{A} est ………………………… .

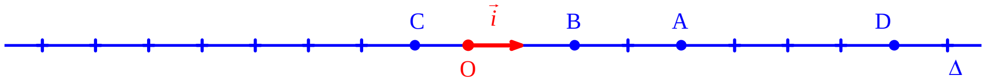
L'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de y_{A} est ………………………… .

5 Déterminer l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut du minimum m de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2+1} + \dfrac{1}{x-1}$ sur l'intervalle $\left]1\,;4\right]$ à l'aide de la calculatrice.

L'approximation décimale d'ordre 2 par défaut du minimum m de f sur $\left]1\,;4\right]$ est ………….. .

6 Sur un axe Δ de repère $\left(\text{O}, \vec{i}\right)$, on considère les points $\text{A}(4)$, $\text{B}(2)$, $\text{C}(-1)$, $\text{D}(8)$.

Donner les abscisses de C et D dans le repère $\left(\text{A}, \overrightarrow{\text{AB}}\right)$ de Δ.



C a pour abscisse …………. . D a pour abscisse …………. .

7 Le but de l'exercice est de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sqrt{x^2+1} \geqslant 2$ (1).

On notera que l'inéquation est bien définie dans $\mathbb{R}$ car pour tout réel x on a : $x^2+1 \geqslant 0$.

Compléter la résolution de l'inéquation (1).

(1) est successivement équivalente à :

$x^2+1 \geqslant 4$ (l'ordre est conservé lorsque l'on élève les deux membres au carré car ils sont tous les deux ……………………………………..………………..).

……..

……..

Soit S l'ensemble des solutions de (1).

$S =$ ....

$\boxed{8}$ On considère l'équation $\sqrt{x}=a$ (E) d'inconnue $x\in\mathbb{R}$ où a désigne un paramètre réel.
Déterminer l'ensemble S des solutions de (E) en discutant suivant les valeurs de a.

- Si a ………. , alors $S=$ ....

- Si a ………. , alors $S=$ ....

- Si a ………. , alors $S=$ ....

$\boxed{9}$ Dans un repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{i},\ \vec{j}\right)$ du plan, on considère les points $\mathrm{A}(1\,;1)$ et $\mathrm{B}(1\,;3)$.

Caractériser l'appartenance d'un point $\mathrm{M}(x\,;\,y)$ à la demi-droite $[\mathrm{AB})$ à l'aide de ses coordonnées.

……..

$\boxed{10}$ On considère le polynôme $P(x)=-3x^2+2x+1$ $(x\in\mathbb{R})$.

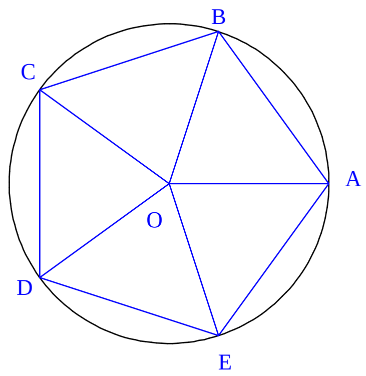
1°) Les racines de $P(x)$ sont ………………………………………………..…. .

2°) Le tableau de signes de $P(x)$ est :

x	$-\infty$ $+\infty$
SGN de $P(x)$	

$\boxed{11}$

1°) On admet que l'aire d'un pentagone régulier convexe inscrit dans un cercle de rayon 2 cm est donnée par la formule $\mathscr{A}=\dfrac{5\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{2}$ cm^2.



Déterminer la valeur arrondie de $\mathscr{A}$ au millième.

La valeur arrondie de $\mathscr{A}$ au millième est ………………………… .

2°) On pose $k=\dfrac{\text{aire du pentagone}}{\text{aire du disque}}$ où le disque désigne le disque fermé de centre O et de rayon 2 cm.
Déterminer la valeur arrondie de k au millième.

La valeur arrondie de k au millième est ………………………… .

3°) À l'aide du résultat donné au 1°), déterminer la valeur exacte de l'aire $\mathscr{A}'$ d'un pentagone régulier convexe inscrit dans un cercle de rayon 1 cm.

La valeur exacte de l'aire $\mathscr{A}'$ est …………………………………………………

Corrigé

1 Les grandeurs x et y données dans le tableau ci-dessous sont-elles inversement proportionnelles ?

x	3	4,5	2	1,5
y	6	4	9	12

☒ oui ☐ non

On calcule les produits dans chaque colonne. Ils sont tous égaux à 18.

Autre méthode :

On refait le tableau en remplaçant la première ligne avec $\dfrac{1}{x}$.

On regarde s'il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

2 L'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{-x}$ est $\mathbb{R}_-$.

3 On note $\mathscr{C}$ la courbe de la fonction « cube » dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

On donne les points $\text{A}\left(\sqrt[3]{2}\,;2\right)$, $\text{B}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\,;-\dfrac{\sqrt{2}}{8}\right)$, $\text{C}\left(10^3\,;10^{27}\right)$.

Compléter le tableau ci-dessous en indiquant par une croix les points qui appartiennent à $\mathscr{C}$.

A	B	C
X		

$\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 = 2$ par définition de la racine cubique de 2.

On n'a pas besoin d'effectuer ce calcul à la calculatrice.

4 On note $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ les courbes d'équations respectives $y = \dfrac{1}{x}$ et $y = x^2 - 4$ dans un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$ du plan.

On admet que les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ se coupent en trois points A, B, C tels que $x_\text{A} < x_\text{B} < x_\text{C}$.

Déterminer grâce à la calculatrice les approximations décimales approchées d'ordre 3 par défaut des coordonnées de A.

L'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de x_A est **– 1,861**.

L'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de y_A est **– 0,538**.

Avec la calculatrice, on obtient l'affichage :

$\text{X} = -1,860806$

$\text{Y} = -0,5374014$.

L'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de x_A est – 1,861 car $-1,861 \leqslant x_\text{A} < -1,860$.

L'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de y_A est – 0,538 car $-0,538 \leqslant y_\text{A} < -0,537$.

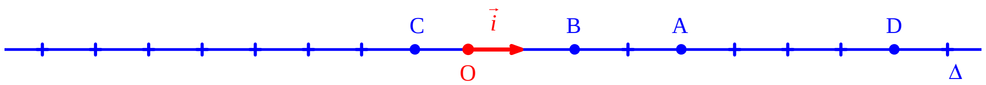
5 Déterminer l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut du minimum m de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2+1} + \dfrac{1}{x-1}$ sur l'intervalle $\left]1\,;4\right]$ à l'aide de la calculatrice.

L'approximation décimale d'ordre 2 par défaut du minimum m de f sur $\left]1\,;4\right]$ est **3,23**.

Le minimum est la valeur en y.

6 Sur un axe Δ de repère $\left(\text{O}, \vec{i}\right)$, on considère les points $\text{A}(4)$, $\text{B}(2)$, $\text{C}(-1)$, $\text{D}(8)$.

Donner les abscisses de C et D dans le repère $\left(\text{A}, \overrightarrow{\text{AB}}\right)$ de Δ.



C a pour abscisse **2,5**.

D a pour abscisse **– 2**.

Les égalités vectorielles qui permettent de répondre à cette question sont :

$\overrightarrow{\text{AC}} = 2,5\overrightarrow{\text{AB}}$

$\overrightarrow{\text{AD}} = -2\overrightarrow{\text{AB}}$

7 Le but de l'exercice est de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sqrt{x^2+1} \geqslant 2$ (1).

On notera que l'inéquation est bien définie dans $\mathbb{R}$ car pour tout réel x on a : $x^2+1 \geqslant 0$.

Compléter la résolution de l'inéquation (1).

(1) est successivement équivalente à :

$x^2+1 \geqslant 4$ (l'ordre est conservé lorsque l'on élève les deux membres au carré car ils sont tous les deux positifs ou nuls).

$x^2 \geqslant 3$
$x \leqslant -\sqrt{3}$ ou $x \geqslant \sqrt{3}$

Soit S l'ensemble des solutions de (1).

$S = \left]-\infty\,;-\sqrt{3}\right] \cup \left[\sqrt{3}\,;+\infty\right[$

8 On considère l'équation $\sqrt{x} = a$ (E) d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ où a désigne un paramètre réel.
Déterminer l'ensemble S des solutions de (E) en discutant suivant les valeurs de a.

- Si $a > 0$, alors $S = \{a^2\}$.
- Si $a = 0$, alors $S = \{0\}$.
- Si $a < 0$, alors $S = \varnothing$.

9 Dans un repère $(\text{O}, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on considère les points $\text{A}(1\,;1)$ et $\text{B}(1\,;3)$.

Caractériser l'appartenance d'un point $\text{M}(x\,;y)$ à la demi-droite $[\text{AB})$ à l'aide de ses coordonnées.

$$\begin{cases} x = 1 \\ y \geqslant 1 \end{cases}$$

On peut faire une figure pour répondre plus facilement.

L'appartenance d'un point à une demi-droite est traduite par un système de deux conditions.

10 On considère le polynôme $P(x) = -3x^2+2x+1$ ($x \in \mathbb{R}$).

1°) Les racines de $P(x)$ sont 1 (racine évidente) et $-\dfrac{1}{3}$ (obtenue par produit).

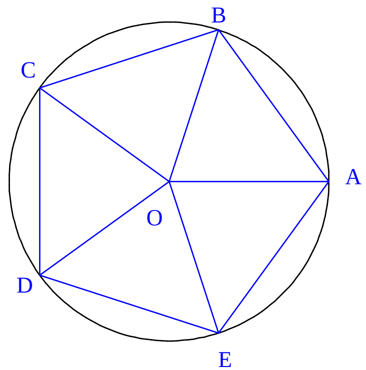
2°) Le tableau de signes de $P(x)$ est :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
SGN de $P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

11

Les compétences travaillées dans cet exercice sont : l'utilisation de la calculatrice ; les notions de valeur approchée-valeur exacte.

1°) On admet que l'aire d'un pentagone régulier convexe inscrit dans un cercle de rayon 2 cm est donnée par la formule $\mathscr{A} = \dfrac{5\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{2}$ cm^2.



Déterminer la valeur arrondie de $\mathscr{A}$ au millième.

La valeur arrondie de $\mathscr{A}$ au millième est 9,511 cm^2.

2°) On pose $k = \dfrac{\text{aire du pentagone}}{\text{aire du disque}}$ où le disque désigne le disque fermé de centre O et de rayon 2 cm.
Déterminer la valeur arrondie de k au millième.

La valeur arrondie de k au millième est 0,757.

- L’aire d’un disque de rayon r est égal à πr^2.

- Le nombre k n’a pas d’unité car c’est le rapport de deux aires.

- Pour calculer k, on reprend les valeurs exactes avant d’effectuer le calcul sur la calculatrice :

$$k = \frac{\frac{5\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{2}}{4\pi} = \frac{5\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{8\pi}.$$

3°) À l’aide du résultat donné au 1°), déterminer la valeur exacte de l’aire $\mathscr{A}'$ d’un pentagone régulier convexe inscrit dans un cercle de rayon 1 cm.

La valeur exacte de l’aire $\mathscr{A}'$ est $\frac{5\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{8}$ cm^2.

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport α les aitres sont multipliées par α^2.

Ici, on a une réduction de rapport $\frac{1}{2}$ donc on multiplie $\mathscr{A}$ le par $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

Information :

On peut réaliser un pentagone régulier convexe à l’aide d’une bande de papier (voir Wikipedia).