

# Thème : Les critères de divisibilité

Ce thème sera repris dans le chapitre suivant avec les congruences, moyen plus efficace et plus rapide. Ce qui nous intéresse ici, c'est de démontrer les critères par un moyen élémentaire (démonstration « à la Pascal »).

## ① Critère de divisibilité par 2

Pour un nombre de trois chiffres  $N = \overline{xyz}$  (la généralisation se fait facilement).

$$\begin{aligned} N &= 100x + 10y + z \\ &= 2(50x + 5y) + z \end{aligned}$$

$$2 \mid N \Leftrightarrow 2 \mid z$$

## ② Critère de divisibilité par 5

Pour un nombre de trois chiffres  $N = \overline{xyz}$  (la généralisation se fait facilement).

$$N = 5(20x + 2y) + z$$

$$5 \mid N \Leftrightarrow 5 \mid z$$

$$\Leftrightarrow z = 0 \text{ ou } z = 5$$

## ③ Critère de divisibilité par 3

Pour un nombre de trois chiffres  $N = \overline{xyz}$ .

$$\begin{aligned} N &= (3 \times 33 + 1)x + (3 \times 3 + 1)y + z \\ &= 3(33x + 3y) + x + y + z \end{aligned}$$

$$3 \mid N \Leftrightarrow 3 \mid x + y + z$$

## ④ Critère de divisibilité par 9

Pour un nombre de trois chiffres  $N = \overline{xyz}$ .

$$\begin{aligned} N &= (9 \times 11 + 1)x + (9 + 1)y + z \\ N &= 9(11x + y) + x + y + z \end{aligned}$$

$$9 \mid N \Leftrightarrow 9 \mid x + y + z$$

### ⑤ Critère de divisibilité par 4

Pour un nombre de trois chiffres  $N = \overline{xyz}$ .

$$N = (4 \times 25)x + 10y + z$$

$$4 \mid N \Leftrightarrow 4 \mid 10y + z$$

*Variante :*

$$\begin{aligned} N &= (4 \times 25)x + (4 \times 2 + 2)y + z \\ &= 4(25x + 2y) + 2y + z \end{aligned}$$

$$4 \mid N \Leftrightarrow 4 \mid 2y + z$$

### ⑥ Critère de divisibilité par 11

Pour un nombre de trois chiffres  $N = \overline{xyz}$ .

$$\begin{aligned} N &= (9 \times 11 + 1)x + (11 - 1)y + z \\ &= 11(9x + y) + x - y + z \end{aligned}$$

$$11 \mid N \text{ équivaut à } 11 \mid x - y + z$$