Conjecture, conjecturer

Extrait du *Dictionnaire des mathématiques*
de Stella Baruk page 243

conjecture : n. f., 1265, du latin *conjectura,* de *jacere,* "jeter"; *conjecturer :* v., vers 1200.

I. Explication supposée d'un phénomène ou d'un événement, échafaudée sans aucune certitude et en dehors de toute preuve, à partir d'apparences, de suppositions, de déductions : *dans cette affaire, faute d'indices, on ne dispose que de conjectures ; on se perd en conjectures sur les raisons de son départ.*

II. Avec *conjecture* et *conjecturer,* d'utilisation récente au collège mais intensive, on a affaire à une mode pédagogique dont l'avenir dira si elle se perpétue.

a. Les conjectures jalonnent l'histoire des mathématiques : on pourrait dire qu'elles représentent, pour un mathématicien donné, la "conviction intime" de ce qu'est la réponse à une question donnée, sans qu'il dispose, provisoirement, de la possibilité de la faire partager, c' est-à-dire d'apporter la preuve de sa véracité.

Pour le mathématicien, qui est familier des objets et de la méthode mathématiques, et qui est généralement 'hanté' par la question dont il pense avoir la réponse, qu'elle soit *vraie* ou *fausse*, une conjecture est donc toujours *fondée*. La tentative de la démontrer, qui couvre parfois une vie entière, ne saurait se soutenir dans l'incertitude.

b. Un des domaines où 'fleurissent' plus encore qu'ailleurs les conjectures dont beaucoup sont fausses, est la théorie des nombres : on pourra en voir quelques-unes à nombres premiers (VI). En voici une autre, dont l'énoncé est à la portée du collège : c'est la très célèbre conjecture de Goldbach (1690-1764). Dans sa correspondance avec Euler, il affirme que « tout entier pair supérieur ou égal à 4 est la somme de deux nombres premiers ». Vérifiée à l'aide d'ordinateurs sur plus de 100 millions d'entiers pairs, la propriété n'est, encore aujourd'hui, pas démontrée (voir arithmétique, II, 1, b).

c. La tentative de démontrer une conjecture peut amener à penser le contraire de ce qu'on croyait être vrai au départ : en effet, c'est en cherchant la méthode de résolution "par radicaux" des équations de degré supérieur à quatre que les deux jeunes mathématiciens Abel (1802-1829) et Évariste Galois (1811-1832) trouveront que le problème, sauf cas particulier, est impossible à résoudre (voir équation de degré supérieur à 1, V).

d. La 'croyance' en la possibilité ou l'impossibilité de résoudre un problème est aussi une conjecture ; à ce titre, de 'grandes conjectures' célèbres, qui ont traversé l'histoire et occupé des générations de mathématiciens, sont, par exemple, la quadrature du cercle, la duplication du cube, la trisection de l'angle : on sait aujourd'hui que ces problèmes sont impossibles à résoudre.

III. Conjecturer au collège

a. Il est prescrit dans les derniers programmes de collège d'entraîner les élèves à conjecturer, c'est-à-dire à *émettre des suppositions sur 'quelque chose qui semble vrai',* puis à essayer de le démontrer.

Si on ne peut que louer la démarche qui consiste à réhabiliter la recherche tâtonnante et à ne plus exiger d'emblée la ‘bonne solution‘, on peut aussi craindre que celle qui se traduit systématiquement par "écris une conjecture", "on demande une conjecture", "quelle conjecture peut-on faire" apparaisse parfois caricaturée en simple 'devinette', et souvent comme un nouveau dogme pédagogique.

b. Il semble bien en effet que *conjecture* ne puisse guère être utilisé que dans l'acception 'faible' qu'il a dans la langue de "supposition hasardeuse" ; l'acception forte, celle donnée plus haut, ne pouvant pas être 'vécue' comme telle au collège. En effet, une conjecture est une proposition certaine pour qui l'a 'émise', mais dont *personne* ne sait encore si elle est vraie ou fausse. Ce qui place la pédagogie de la conjecture face à un dilemme :

- ou bien sont proposés aux élèves de 'vrais problèmes' dont on ne connaît pas la solution, et on ne voit pas comment ils la trouveraient si leur professeur n'y est pas parvenu ;
- ou bien on leur demande, après diverses manipulations telles que pliages, découpages, coloriages, d'émettre une conjecture" sur une propriété élémentaire d'une figure, et ils n'ont pas fait de conjecture mais les *constatations* qu'on souhaitait leur faire faire.

Dans les deux cas, la conjecture, au sens mathématique, est absente.

c. Mais supposons que l'on consente à ce que la situation du collégien cherchant un problème dont il ne connaît pas la solution soit l'analogue de celle d'un mathématicien face à un problème non résolu. Il n'empêche qu'une contradiction est à l'œuvre dans la 'demande de conjecture', analogue à celle qui consiste à demander à quelqu'un d'être spontané : elle vient en effet généralement après toute une série de directives qui la préparent 'du dehors'.

Or c'est 'du dedans' que s'établit une conjecture ; ce dont elle est l'aboutissement est mystérieux et suppose, en tout cas, pour qui l'a conçue, une nécessaire familiarité avec les objets et les méthodes, et que le problème posé soit *son* problème. C'est alors que la conjecture se trouve à l'origine de diverses tentatives destinées à en établir la vérité.

d. Peut-être serait-il suffisant au collège - et nécessaire - de demander clairement de démontrer ce que l'on souhaite faire démontrer, et d'en donner les moyens, l''obligation à conjecturer' en période d'apprentissage apparaissant dans de nombreux cas comme aussi nocive pour qui ne 'voit pas où l'on va' que la brutalité supposée d'une question explicitement posée.