Résumé sur les algorithmes

I. Quelques exemples d'algorithmes

1°) Définition

Un **algorithme** est énoncé d'une suite d'instructions permettant de donner la réponse à un problème.
Il comprend :
- Une phase d'**entrée** : on entre les données.
- Une phase de **traitement** du problème.
- Une phase de **sortie** des résultats.

Notation :

Entrée :
…., …., ….

Traitement :
….
….
….

Sortie :
….

2°) Une construction géométrique

On se donne deux points A et B du plan.
a) Tracer le cercle de centre A et passant par B
b) Tracer le cercle de centre B passant par A
c) Nommer C et D les points d'intersection de ces cercles
Construire le polygone ADBC

Cet algorithme décrit la construction d'un losange dont une diagonale est [AB].
Les **entrées** sont les points A et B.
Le **traitement** de la construction est décrit dans les phases a, b et c.
La **sortie** est le polygone ADBC.

Entrée :
Placer A et B
Traitement :
Tracer le cercle de centre A et passant par B.
Tracer le cercle de centre B passant par A.
Marquer les points C et D d'intersection de ces cercles
Sortie :
Tracer le polygone ADBC

3°) Un algorithme de calcul

> Soit A et B deux réels.
> a) Calculer A + B et remplacer A par cette valeur
> b) Calculer A – B et remplacer B par cette valeur
> Afficher les nombres A et B

Cet algorithme décrit un calcul.
Les **entrées** sont les nombres A et B.
Le **traitement** est décrit dans les phases a, b et c.
Les **sorties** sont les nombres A et B.

> **Variables :**
> A et B réels
>
> **Entrée :**
> Saisir A et B
>
> **Traitement :**
> A prend la valeur A + B
> B prend la valeur A – B
>
> **Sortie :**
> Afficher A et B

II. L'affectation

1°) Définition

> **Affecter** A à B, c'est donner à la variable B la valeur de la variable A. B prend la valeur de A.
> Si la variable B avait une valeur, celle-ci est perdue : toute affectation dans la variable B détruit la valeur précédente de la variable B.

2°) Exemple

Soit l'énoncé suivant :

> Soit un nombre X.
> a) X prend la valeur X + 1.
> b) X prend la valeur X – 2.
> Afficher X

L'algorithme est donc :

Variables :
X réel

Entrée :
Saisir X

Traitement :
X prend la valeur X + 1
X prend la valeur X – 2

Sortie :
Afficher X

Remarque : Lorsque l'on écrit « X prend la valeur X + 1 », X + 1 représente le nombre égal à la somme de 1 et du contenu de la variable X, ce nombre devient la valeur de la variable X, la valeur précédente étant effacée.

III. Programmation d'une instruction conditionnelle

Exemple :

Un magasin de photos propose le développement au tarif de 0,16 € l'unité, le tarif devient de 0,12 € l'unité pour une commande d'au moins 75 photos.

On veut élaborer un algorithme donnant le montant dépensé pour un nombre N de photos à développer.

On va donc introduire une **instruction conditionnelle « Si … alors … sinon … »** qui permet d'écrire la condition :

Si le nombre de photos N est strictement inférieur à 75, le montant est N $\times$ 0,16

Si le nombre de photos N est supérieur ou égal à 75, le montant est N $\times$ 0,12

Notation pour l'algorithme :

Si {condition C}
Alors {instructions A}
Sinon {instructions B}
FinSi

L'exécution des deux traitements ne dépend que du résultat du test effectué sur la condition C.
Si C est vérifiée, seules les instructions A sont exécutées.
Si C n'est pas vérifiée, seules les instructions B sont exécutées.

Algorithme de l'exemple :

Variables :

N entier naturel

P réel

Entrée :

Saisir N

Initialisation :

S prend la valeur 100

Traitement :

Si N < 75,

Alors P prend la valeur N $\times$ 0,16

Sinon P prend la valeur N $\times$ 0,12

FinSi

Sortie :

Afficher P

IV. Programmation d'un calcul itératif, avec un nombre d'itérations donné

Exemple :

Les parents de Léa versent 100 € sur un livret à sa naissance, puis versent 20 € chaque mois sur ce livret.

On veut élaborer un algorithme donnant la somme sur ce livret au bout d'un certain nombre N de mois.

On va donc réaliser la **boucle « Pour I variant de … à … »** qui permet de répéter ce calcul : la variable I contrôle le nombre d'itérations.
Ici la valeur initiale de I est 1 et sa valeur finale est N.
On sort de la boucle d'itérations une fois que le nombre de répétitions souhaité est atteint.

Notation pour l'algorithme :

> **Pour** I variant de I_0 à N
>   Faire {instructions}
> **FinPour**

Une boucle permet de répéter plusieurs fois de suite un même traitement.
La variable I varie de I_0 à N avec un pas de 1, cela signifie que si I_0 = 1, les instructions s'exécutent pour I = 1 puis pour I = 2… et elles se déroulent en boucle.
Quand I = N, les instructions s'exécutent une dernière fois, puis la boucle est terminée et l'algorithme (le programme) continue.

Algorithme de l'exemple :

> **Variables :**
>   N, I entiers naturels
>
> **Entrée :**
>   Saisir N
>
> **Initialisation :**
>   S prend la valeur 100
>
> **Traitement :**
>   **Pour** I variant de 1 à N **Faire**
>   S prend la valeur S + 20
>   **FinPour**
>
> **Sortie :**
>   Afficher S

V. Programmation d'un calcul itératif avec fin de boucle conditionnelle

Exemple :

Une balle lâchée d'une hauteur donnée rebondit chaque fois qu'elle touche le sol au $1/5^e$ de sa hauteur.

On veut écrire un algorithme qui donne le nombre de rebonds de la balle avant que celle-ci soit à un millimètre du sol.

On appelle X la variable donnant la hauteur en millimètres atteinte par la balle après chaque rebond.

On doit ici répéter l'instruction « X prend la valeur $\frac{X}{5}$ », mais on ne connaît pas à l'avance le nombre de répétitions.

On va donc réaliser une **boucle conditionnelle**. On teste une condition en début de boucle ($X > 1$ ici) et le traitement de la boucle n'est réalisé que si la condition est vérifiée.
On introduit un « compteur » R pour compter le nombre de rebonds : on l'initialise à 0 et à chaque fois que la boucle est parcourue, ce compteur est augmenté d'une unité.

Notation pour l'algorithme :

Tantque {condition C}
    Faire {instructions}
FinTantque

Dans la structure « Tantque … », la condition C est testée en début de boucle.
Si la condition n'est pas vérifiée au départ, la boucle n'est jamais exécutée.

Algorithme de l'exemple :

Variables :
    X réel
    R entier naturel

Entrée :
    Saisir X

Initialisation :
    R prend la valeur 0

Traitement :
    Tantque $X > 1$ **Faire**
        X prend la valeur $\frac{X}{5}$
        R prend la valeur R + 1
    FinTantque

Sortie :
    Afficher R