1$^{\text{ère}}$ S1

IE du vendredi 1$^{\text{er}}$ juin 2012 (10 min)

Prénom et nom : ………………………………………………….

Note : …… /20

Ne rien écrire, ne rien surligner sur le sujet en dehors de ce qui est demandé (ni au recto ni au verso).
Il n'est pas demandé de détailler les calculs.

I. (7 points) On s'intéresse à la proportion de faces marquées 1 obtenues quand on lance un dé tétraédrique bien équilibré (dont les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4).
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de 1 obtenus quand on lance 100 fois ce dé.

1°) Quelle loi suit X ? Répondre avec précision.
2°) Déterminer les entiers a et b ainsi définis :

- a est le plus petit entier naturel tel que $P\,(\text{X} \leqslant a) > 0{,}025$;
- b est le plus petit entier naturel tel que $P\,(\text{X} \leqslant b) \geqslant 0{,}975$.

3°) En déduire l'intervalle de fluctuation* I au seuil de 95 % de la fréquence du 1 dans les échantillons de taille 100.
4°) Comparer avec l'intervalle J dont la formule a été donnée en classe de seconde.

II. (6 points) Dans une entreprise, la proportion de pièces non commercialisables à la sortie d'une chaîne de production est 8 %.
Soit X la variable aléatoire associée au nombre de pièces non commercialisables dans un échantillon aléatoire et supposé avec remise de 200 pièces issues de la production.

1°) Quelle loi suit X ? Répondre avec précision.
2°) Déterminer les entiers a et b ainsi définis :

- a est le plus petit entier naturel tel que $P\,(\text{X} \leqslant a) > 0{,}005$;
- b est le plus petit entier naturel tel que $P\,(\text{X} \leqslant b) \geqslant 0{,}995$.

3°) En déduire l'intervalle de fluctuation* I au seuil de 99 % de la fréquence de pièces non commercialisables dans les échantillons de taille 200 issus de cette production.

III. (7 points) Un laboratoire annonce qu'un médicament sauve 40 % des patients atteints d'une maladie rare.
Pour contrôler cette affirmation, on le teste sur 100 patients atteints de cette maladie.
Soit X le nombre de malades sauvés par ce médicament dans un échantillon aléatoire de malades et assimilé à un tirage avec remise de taille 100.

1°) Quelle loi suit X ? Répondre avec précision.
2°) Déterminer les entiers a et b ainsi définis :

- a est le plus petit entier naturel tel que $P\,(\text{X} \leqslant a) > 0{,}025$;
- b est le plus petit entier naturel tel que $P\,(\text{X} \leqslant b) \geqslant 0{,}975$.

3°) Sur les 100 malades auxquels on a administré ce médicament, on en a sauvé 30.
Au seuil de risque de 5 %, que peut-on dire de l'annonce faite par le laboratoire ?

* **Remarque valable pour tout l'énoncé :** Donner les bornes de l'intervalle sous forme décimale.

I.

1°) X suit la loi ……………………………………………………………………………………………

2°) a = ………… b = …………

3°) I = …………………………...

4°) ………………………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………………..

II.

1°) X suit la loi ……………………………………………………………………………………………

2°) a = ………… b = …………

3°) I = …………………………...

III.

1°) X suit la loi ……………………………………………………………………………………………

2°) a = ………… b = …………

3°) ………………………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………………..

Corrigé de l'IE du 1er juin 2012

Pour la détermination des valeurs de *a* et *b*, on utilise chaque fois la calculatrice (éventuellement avec un programme).

I.

1°) X suit la loi **binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = \frac{1}{4}$**.

2°) a = **17** b = **34**

3°) I = **[0,17 ; 0,34]**

4°) La formule donnée en seconde est J = $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ (les conditions d'application sont ici vérifiées).

Ainsi J = $\left[\frac{1}{4}-\frac{1}{\sqrt{100}}\ ;\ \frac{1}{4}+\frac{1}{\sqrt{100}}\right]$ soit J = [0,15 ; 0,35].

> Voici quelques formulations d'élèves :
>
> « On constate que les intervalles I et J sot les mêmes à quelques centièmes près. »
>
> « L'intervalle I est plus précis que J. »
>
> « L'intervalle I est inclus (contenu) dans l'intervalle J. »
>
> « L'amplitude de I est inférieure à celle de J. »

II.

1°) X suit la loi **binomiale de paramètres** $n = 200$ **et** $p = 0{,}08$.

2°) 2°) a = **7** b = **27**

3°) I = **[0,035 ; 0,135]**

III.

1°) X suit la loi **binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0{,}4$**.

2°) 2°) a = **31** b = **50**

3°) On fait l'hypothèse que le laboratoire dit vrai c'est-à-dire que le médicament sauve 40 % des patients.
L'intervalle de fluctuation de la fréquence des personnes sauvées dans un échantillon aléatoire et sans remise de 100 personnes est donc I = [0,31 ; 0,5].

Or d'après les tests, on sait que seulement 30 personnes sur 100 ont été sauvées.

La fréquence de personnes sauvées dans l'échantillon est donc $f = \frac{30}{100} = 0{,}3$.

On constate que $f \notin$ I. Donc on peut rejeter l'affirmation émise par le laboratoire au seuil de risque de 5 %.