



Prénom et nom :

Ne rien écrire, ne rien surligner sur le sujet en dehors de ce qui est demandé
(ni au recto ni au verso).

Note : /20

I. (9 points) Claude, commercial d'une entreprise, doit visiter 10 clients dans la journée. Chacune de ces 10 visites est indépendante des autres. Claude a constaté que la probabilité qu'il rencontre effectivement le client lors d'une visite est 0,8.
Soit X le nombre de clients effectivement rencontrés.

1°) Donner le nom de la loi de probabilité de X ainsi que ses caractéristiques.

2°) Déterminer la probabilité que Claude rencontre au moins un client.
Donner la troncature du résultat après la quatrième décimale sans écrire de phrase.

3°) Déterminer la probabilité que la moitié au moins des clients soit rencontrée.
Donner la troncature du résultat après la quatrième décimale sans écrire de phrase.

4°) Combien de clients Claude peut-il espérer rencontrer au cours d'une journée ?

II. (11 points) On lance une pièce de monnaie non truquée vingt fois de suite dans des conditions identiques indépendantes.

On gagne 3 points quand on obtient « PILE », et 2 points quand on obtient « FACE ».
On note X le nombre de « PILE » obtenu à l'issue des vingt lancers et G le nombre de points gagnés.

1°) Donner le nom de la loi de probabilité de X ainsi que ses caractéristiques.

2°) Exprimer G en fonction de X (sous forme développée réduite ; ne pas détailler aucun calcul).

3°) En déduire l'espérance et la variance de G (donner les résultats sans écrire aucune étape de calcul).

Réponses

(une seule réponse à chaque fois sans rédiger)

I.

1°) X suit

2°)

3°)

4°) Claude peut espérer rencontrer au cours d'une journée clients.

II.

1°) X suit

2°) $G =$ 3°) $E(G) =$ $V(G) =$

Barème détaillé :

I. 1°) 3 2°) 2 3°) 2 4°) 2

II. 1°) 3 2°) 2 3°) 3 + 3

Corrigé du contrôle du 27 mars 2012

I.

1°) **Loi de probabilité suivie par X : loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,8$.**

Justification : schéma de Bernoulli

2°) **P (« Claude rencontre au moins un client ») $\approx 0,9999$ (troncature après la quatrième décimale)**

Justification :

$$\begin{aligned} P(\text{« Claude rencontre au moins un client »}) &= P(X \geq 1) \\ &= 1 - P(X = 0) \\ &= 1 - \binom{10}{0} \times 0,8^0 \times 0,2^{10} \end{aligned}$$

3°) **P (« la moitié au moins des clients est rencontrée ») $\approx 0,9936$ (troncature après la quatrième décimale)**

Justification :

$$P(\text{« la moitié au moins des clients est rencontrée »}) = P(X \geq 5)$$

On utilise la calculatrice (avec les touches spéciales) car le calcul est très fastidieux.

$$\text{On écrit } P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5)$$

$$= 1 - P(X \leq 4)$$

On utilise la touche spéciale pour calculer $P(X \leq 4)$.

4°) **Claude peut espérer rencontrer 8 clients au cours d'une journée.**

Justification :

$$\begin{aligned} E(X) &= 10 \times 0,8 \quad (\text{formule de l'espérance d'une variable qui suit la loi binomiale } \mathbf{B}(n; p) = np) \\ &= 8 \end{aligned}$$

II.

1°) **Loi de probabilité suivie par X : loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,5$.**

$$2^\circ) G = X + 40$$

Justification :

$$\begin{aligned} G &= 3 \times \text{nombre de piles} + 2 \times \text{nombre de faces} \\ &= 3X + 2(20 - X) \\ &= X + 40 \end{aligned}$$

$$3^\circ) \begin{aligned} E(G) &= 50 \\ V(G) &= 5 \end{aligned}$$

Justification :

$$\begin{aligned} E(G) &= E(X) + 40 \quad (\text{propriété de linéarité de l'espérance}) \\ &= 20 \times 0,5 + 40 \quad (\text{formule de l'espérance d'une variable aléatoire qui suit la loi binomiale}) \\ &= 10 + 40 \\ &= 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(G) &= 1^2 \times V(X) \quad (\text{propriété de la variance}) \\ &= 20 \times 0,5 \times 0,5 \quad (\text{formule de l'espérance d'une variable aléatoire qui suit la loi binomiale}) \\ &= 5 \end{aligned}$$

Rappel de la propriété utilisée :

X est une variable aléatoire sur un univers probabilisé (Ω, P) .

a et b sont deux réels.

On a :

- $E(aX + b) = a E(X) + b$ (linéarité de l'espérance)
- $V(aX + b) = a^2 V(X)$
- $\sigma(aX + b) = |a| \sigma(X)$