

**Interrogation écrite  
du mardi 13 mars 2012  
(30 minutes)**



<b>I.</b> <b>(6)</b>	<b>II.</b> <b>(2)</b>	<b>III.</b> <b>(12)</b>
.....	.....	.....

Prénom et nom : .....

Note : ... / 20

**I. (6 points)**

1°) On considère l'algorithme ci-contre :

Au brouillon, faire fonctionner à la main l'algorithme pour  $n = 5$ .  
Indiquer la valeur de  $S$  affichée en sortie.

.....

2°) On considère la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_{n+1} = u_n + 2$  et  $u_0 = 4$ .  
Calculer  $u_{21}$ .

.....

3°) On fait fonctionner l'algorithme ci-contre pour  $n = 20$  ; la valeur affichée par  $S$  est alors 504.  
Quelle est la valeur affichée par  $S$  si on fait fonctionner l'algorithme pour  $n = 21$  ?

.....

**Entrée :**  
 $n$  (entier naturel)

**Initialisations :**  
 $p$  prend la valeur 0  
 $u$  la valeur 4  
 $S$  prend la valeur 4

**Traitement :**  
**Tantque**  $p < n$  **Faire**  
     $p$  prend la valeur  $p + 1$   
     $u$  prend la valeur  $4 + 2p$   
     $S$  prend la valeur  $S + u$   
**FinTantque**

**Sortie :**  
Afficher  $S$

**II. (2 points)** Compléter, sans justifier, la phrase suivante.

« Les nombres  $\sqrt{2} - 1, 1, \sqrt{2} + 1$  sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite .....

**III. (12 points)** Pour répondre à une nouvelle norme antipollution, un industriel doit ramener progressivement sa quantité de rejets, qui est de 50 000 tonnes par an en 2000, à une valeur inférieure ou égale à 30 000 tonnes, en 10 ans au plus. Il pense qu'il pourrait réduire chaque année sa quantité de 4 % (le pourcentage s'applique à chaque fois sur la valeur de l'année précédente).

1°) Préciser le coefficient multiplicateur associé à une diminution de 4 %. Répondre sans justifier en donnant le résultat sous forme décimale.

.....

2°) Soit  $n$  un entier naturel. On note  $r_n$  la quantité de rejets en tonnes pour l'année  $2000 + n$ .

a) Écrire  $r_{n+1}$  en fonction de  $r_n$ . Répondre en utilisant les nombres de l'énoncé (aucune lettre autre que  $r$  et  $n$  ne doit figurer dans la formule).

.....

Quelle est la nature de la suite  $(r_n)$  ?

La suite  $(r_n)$  est une .....

.....

b) Écrire  $r_n$  en fonction de  $n$ . Donner une seule égalité en utilisant les nombres de l'énoncé (aucune lettre autre que  $r$  et  $n$  ne doit figurer dans la formule).

$r_n = \dots\dots\dots$

3°) Calculer, à la tonne près, la quantité de rejets prévus pour l'année 2010.  
L'industriel a-t-il respecté les conditions fixées ?

.....

.....

.....

.....

.....

4°) Un taux annuel de 5 % par an permettrait-il de respecter la norme ? Répondre sans justifier.

oui  non

# Corrigé de l'IE du 13 mars 2012

## I. Algorithme et suite arithmétique

### Entrée :

$n$  (entier naturel)

### Initialisations :

$p$  prend la valeur 0

$u$  la valeur 4

$S$  prend la valeur 4

### Traitement :

**Tantque**  $p < n$  **Faire**

$p$  prend la valeur  $p + 1$

$u$  prend la valeur  $4 + 2p$

$S$  prend la valeur  $S + u$

**FinTantque**

### Sortie :

Afficher  $S$

1°)

Objectif de cette question : comprendre le fonctionnement d'un algorithme avec boucle « Tant que ».  
Il est bien évident que c'est beaucoup plus rapide avec la calculatrice.  
L'intérêt ici réside dans la compréhension.

On fait fonctionner à la main l'algorithme pour  $n = 5$ .

$p$  prend la valeur 0  
 $u$  prend la valeur 4  
 $S$  prend la valeur 4

$p < 5$  ? oui

$p$  prend la valeur 1  
 $u$  prend la valeur 6  
 $S$  prend la valeur 10

$p < 5$  ? oui

$p$  prend la valeur 2  
 $u$  prend la valeur 8  
 $S$  prend la valeur 18

$p < 5$  ? oui

$p$  prend la valeur 3  
 $u$  prend la valeur 10  
 $S$  prend la valeur 28

$p < 5$  ? oui

$p$  prend la valeur 4  
 $u$  prend la valeur 12  
 $S$  prend la valeur 40

$p < 5$  ? oui

$p$  prend la valeur 5  
 $u$  prend la valeur 14  
 $S$  prend la valeur 54

$p < 5$  ? non

La boucle s'arrête.

La valeur de  $S$  affichée en sortie est donc **54**.

On peut vérifier ce résultat en programmant l'algorithme précédent sur calculatrice.

2°)

$$(u_n) \begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$$

Calculons  $u_{21}$ .

$(u_n)$  est une suite arithmétique de raison 2.

On applique donc la formule explicite donnant le terme générale de la suite  $(u_n)$ .

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 4 + 2n$$

On en déduit que  $u_{21} = \mathbf{46}$ .

3°) Lorsque l'on fait fonctionner l'algorithme pour  $n = 20$ , la valeur affichée par  $S$  est alors 504.

La somme calculée correspond à la somme de tous les termes de la suite  $(u_n)$  jusqu'à  $u_{20}$  c'est-à-dire que :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = 504.$$

On en déduit que la valeur de  $S$  affichée si on fait fonctionner l'algorithme pour  $n = 21$  correspond à la somme de tous les termes de la suite  $(u_n)$  jusqu'à  $u_{21}$  :  $u_0 + u_1 + \dots + u_{20} + u_{21}$ .

La valeur de  $S$  affichée est donc égale  $504 + 46$  soit **550**.

---

## II. Progression géométrique

On voit clairement que les nombres proposés ne forment pas dans cet ordre une suite arithmétique (en faisant les différences).

On calcule le quotient du deuxième nombre sur le premier nombre puis le quotient du troisième nombre sur le deuxième nombre.

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1 \quad (\text{on utilise la quantité conjuguée})$$
$$\frac{\sqrt{2}+1}{1} = \sqrt{2}+1$$

On en déduit que les nombres  $\sqrt{2}-1$ ,  $1$ ,  $\sqrt{2}+1$  sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une **suite géométrique**.

---

## III. Pourcentages et suite

1°)

Le coefficient multiplicateur est égal à  $1 - \frac{4}{100} = 1 - 0,04 = 0,96$ .

0,96

2°)

a)

$$r_{n+1} = r_n \times 0,96$$

La suite  $(r_n)$  est une **suite géométrique de premier terme  $r_0 = 50000$  et de raison 0,96**.

b)

$$r_n = 50000 \times (0,96)^n$$

3°) La quantité de rejets en 2010 est égale à  $r_{10}$ .

On calcule  $r_{10}$ .

$$r_{10} = 50000 \times (0,96)^{10}$$

Avec la calculatrice, on obtient  $r_{10} = 33\,241,631\dots$

$r_{10} \approx 33\,242$  (valeur arrondie à l'unité)

La quantité de rejets est environ de 33 242 tonnes.

On constate que  $r_{10} > 33\,000$

L'industriel n'a donc pas respecté les conditions fixées (il a dépassé la norme de 3 242 tonnes environ).

4°) Avec un taux de réduction de 5 %, la suite  $(r_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $r_0 = 50000$  et de raison 0,95.

$$r_n = 50000 \times (0,95)^n$$

$r_{10} \approx 29\,937$  (valeur arrondie à l'unité)

La norme a donc été respectée.