1ère S1

Contrôle du vendredi 10 février 2012 (30 minutes)

Ne rien écrire, ne rien entourer en dehors de ce qui est demandé, ne rien surligner sur cet énoncé.
Les traits de fraction doivent être faits à la règle.

Prénom et nom : ……………………………………………………

Note : …… /20

I. (2)	II. (8)	III. (6)	IV. (4)
………	………	………	………

I. (2 points) On considère une épreuve de Bernoulli pour laquelle la probabilité d'un succès est égale à 0,3. On répète cette épreuve 12 fois dans des conditions identiques indépendantes.

On considère l'algorithme ci-dessous qui permet de simuler cette expérience aléatoire.

Initialisation :

S prend la valeur 0

Traitement :

Pour *i* allant de 1 à …. (avec un pas de 1) Faire

    x prend une valeur décimale aléatoire entre 0 inclus et 1 exclus*.
    Si $x < 0{,}3$,
        alors S prend la valeur S + 1
    FinSi

FinPour

Sortie :

Afficher S

* Cette instruction correspond à la touche « random » de la calculatrice.

1°) Compléter cet algorithme dans la première ligne de la partie « Traitement ».

2°) À quoi correspond la valeur de S en sortie (par rapport à l'expérience aléatoire) ?

La valeur de S en sortie est ……………………………………………………………………………..….

II. (8 points) On considère une pièce de monnaie truquée telle que la probabilité d'obtenir pile en un lancer soit égale à 0,4.

1°) On lance la pièce trois fois de suite. On note chaque fois le côté qu'elle présente.

Compléter les phrases suivantes en donnant chaque fois les résultats en valeur exacte sous forme décimale.

• La probabilité d'obtenir un premier pile au second lancer est égale à : …………………………….

• La probabilité d'obtenir au moins deux piles est égale à : ……………………………..

2°) On lance la pièce n fois (n entier naturel non nul supérieur ou égal à 1).

a) Exprimer en fonction de n la probabilité p_n d'obtenir au moins une fois face.

p_n = ………………………………

b) À l'aide de la calculatrice déterminer le plus petit entier naturel n tel que $p_n \geqslant 0,99$.

Le plus petit entier naturel n tel que $p_n \geqslant 0,99$ est égal à ………………………. .

III. (6 points) Sur son trajet habituel pour aller travailler, un automobiliste rencontre deux feux tricolores successifs dont les fonctionnements sont supposés indépendants.

La probabilité que les deux feux soient au vert est égale à 0,25.
La probabilité que l'un des feux soit au vert et que l'autre soit orange est égale à 0,2.

Faire un arbre pondéré représentant la situation.

On donnera tous les résultats en valeur exacte sous forme décimale.

1°) Calculer la probabilité pour un feu tricolore d'être au vert.

2°) Calculer la probabilité pour un feu tricolore d'être à l'orange.

3°) Calculer la probabilité que l'automobiliste rencontre les deux feux au rouge.

1°) La probabilité pour un feu tricolore d'être au vert est égale à ……………...

2°) La probabilité pour un feu tricolore d'être à l'orange est égale à ……………...

3°) La probabilité que l'automobiliste rencontre les deux feux au rouge est égale à ……………...

IV. (4 points) On considère la figure ci-dessous.

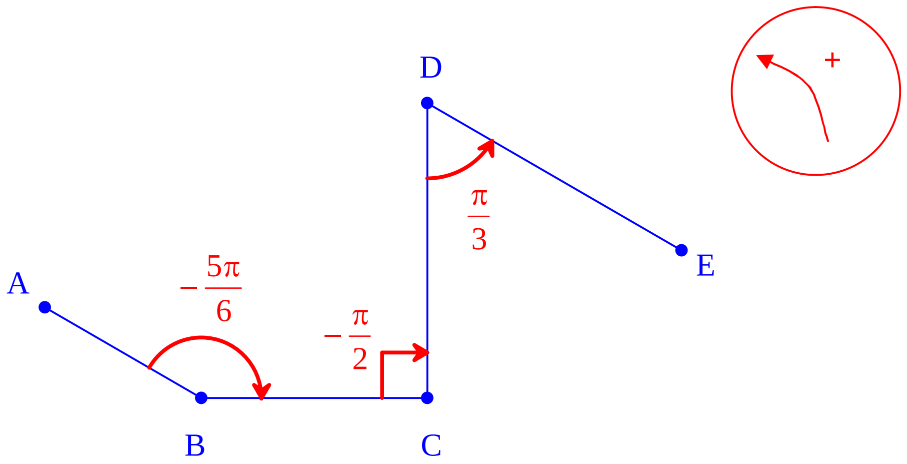
On donne : $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) = -\frac{5\pi}{6}$, $\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}\right) = -\frac{\pi}{2}$, $\left(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}\right) = \frac{\pi}{3}$.

Démontrer que (AB) / / (DE) en utilisant les propriétés des angles orientés de vecteurs.

Quelques consignes :

• Écrire une seule égalité par ligne en n'utilisant qu'une seule propriété à chaque fois.

• Chercher au brouillon de manière à proposer une solution nécessitant le moins de calculs possibles.



………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

Corrigé du contrôle du 10 février 2012

I. Épreuve de Bernoulli avec probabilité de succès égale à 0,3
Schéma de Bernoulli : répétition de cette épreuve 12 fois dans des conditions identiques indépendantes

1°)

Initialisation :

S prend la valeur 0

Traitement :

Pour *i* allant de 1 à **12** (avec un pas de 1) Faire

  x prend une valeur décimale aléatoire entre 0 inclus et 1 exclus*.
  Si $x < 0,3$,
    alors S prend la valeur S + 1
  FinSi

FinPour

Sortie :

Afficher S

2°) La valeur de S en sortie **correspond au nombre de succès à l'issue des 12 épreuves**.

II. On considère une pièce de monnaie truquée telle que la probabilité d'obtenir pile en un lancer soit égale à 0,4.

1°) On lance la pièce trois fois de suite. On note chaque fois le côté qu'elle présente.

On reconnaît une situation de schéma de Bernoulli.
On dresse un arbre pondéré avec l'événement S : « le pièce tombe sur pile pour un lancer » et son contraire $\overline{S}$.

• **Probabilité d'obtenir un premier pile au second lancer :**

Les chemins correspondants à l'événement « obtenir un premier pile au second lancer » sont $\overline{S}$-S-S et $\overline{S}$-S-$\overline{S}$.

Donc P (« obtenir un premier pile au second lancer ») $= P(\overline{S}\text{-S-S}) + P(\overline{S}\text{-S-}\overline{S})$

$$= 0,6 \times 0,4 \times 0,4 + 0,6 \times 0,4 \times 0,6$$
$$= 0,24$$

La probabilité d'obtenir un premier pile au second lancer est égale à **0,24**.

• **Probabilité d'obtenir au moins deux piles :**

Les chemins correspondants à l'événement « obtenir au moins deux piles » sont : S-S-S ; $\overline{S}$-S-S ; S-$\overline{S}$-S ; S-S-$\overline{S}$.

Donc P (« obtenir un premier pile au second lancer ») = P (S-S-S) + P ($\overline{S}$-S-S) + P (S-$\overline{S}$-S) + P (S-S-$\overline{S}$)
= 0,352

La probabilité d'obtenir au moins deux piles est égale à **0,352**.

2°) On lance la pièce n fois ($n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 1$).

a) **Probabilité d'obtenir au moins une fois face :**

Le contraire de l'événement « obtenir au moins une fois face » est « obtenir que des piles ».

La probabilité « obtenir que des piles » est égale à $0{,}4 \times 0{,}4 \times \ldots \times 0{,}4$ (n facteurs) soit $(0{,}4)^n$.

Donc la probabilité d'obtenir au moins une fois face est : $p_n = 1-(0{,}4)^n$.

b) Le plus petit entier naturel n tel que $p_n \geqslant 0{,}99$ est égal à 6.

On utilise la calculatrice comme le demande l'énoncé.

1ère méthode :

On procède par essais successifs et on trouve assez vite le résultat car la valeur de n est petite.

2e méthode :

On rentre la fonction f définie par $f(x) = 1-(0{,}4)^x$.
On demande un tableau de valeurs avec un « pas » de 1.

3e méthode :

On rentre la suite de terme général $1-(0{,}4)^n$.

4e méthode :

On fait un programme correspondant à un algorithme utilisant une boucle « Tantque » (algorithme de « seuil »).

5e méthode :

On utilise la fonction logarithme népérien (étudiée en Terminale).

III. Sur son trajet habituel pour aller travailler, un automobiliste rencontre deux feux tricolores successifs dont les fonctionnements sont supposés indépendants.

La probabilité que les deux feux soient au vert est égale à 0,25.
La probabilité que l'un des feux soit au vert et que l'autre soit orange est égale à 0,2.

On dresse un arbre pondéré avec les événements :
V : « le feu est vert » ;
O : « le feu est orange » ;
R : « le feu est rouge ».

1°) **Calculons la probabilité pour un feu tricolore d'être au vert.**

La probabilité que les deux feux soient au vert est égale à 0,25 donc P (V-V) = 0,25 soit $P\,(V)^2 = 0,25$.
Or $P\,(V) \geqslant 0$ d'où $P\,(V) = \sqrt{0,25}$ soit P (V) = 0,5.

La probabilité pour un feu tricolore d'être au vert est égale à 0,5.

2°) **Calculons la probabilité pour un feu tricolore d'être à l'orange.**

La probabilité que l'un des feux soit au vert et que l'autre soit orange est égale à 0,2 donc
P (V-O) + P (O-V) = 0,2.

On obtient alors successivement :

$P\,(V) \times P\,(O) + P\,(O) \times P\,(V) = 0,2$

$2P\,(V) \times P\,(O) = 0,2$

$2 \times 0,5 \times P\,(O) = 0,2$

$1 \times P\,(O) = 0,2$

$P\,(O) = 0,2$

La probabilité pour un feu tricolore d'être à l'orange est égale à 0,2.

3°) **Calculons la probabilité que l'automobiliste rencontre les deux feux au rouge.**

On commence par calculer la probabilité pour un feu tricolore d'être au rouge.

On a : $P\,(V) + P\,(O) + P\,(R) = 1$.

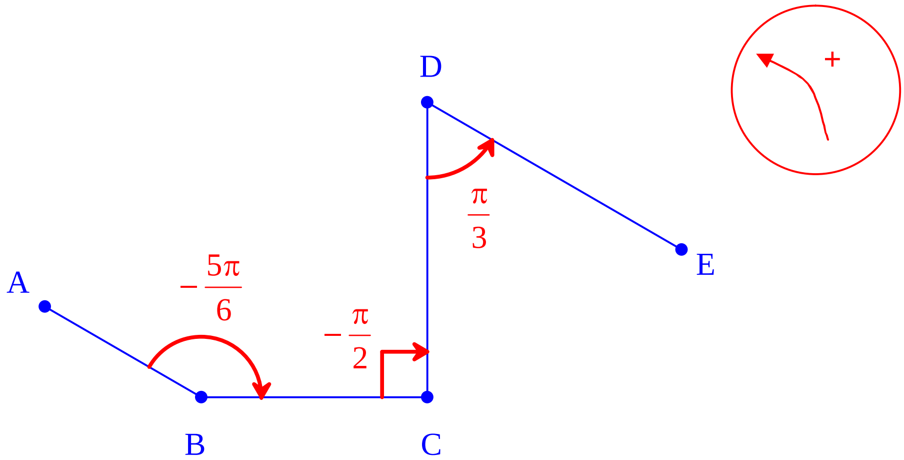
Donc d'après les résultats de questions précédentes : $0,5 + 0,2 + P\,(R) = 1$ donc $P\,(R) = 0,3$.

$P\,(R\text{-}R) = P\,(R)^2 = 0,09$

La probabilité que l'automobiliste rencontre les deux feux au rouge est égale à 0,09.

IV. $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) = -\dfrac{5\pi}{6}$, $\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}\right) = -\dfrac{\pi}{2}$, $\left(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}\right) = \dfrac{\pi}{3}$

Démontrons que (AB) / / (DE).



$\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}\right) = \left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) + \left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DC}\right) + \left(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}\right)$ (relation de Chasles)

$\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}\right) = -\dfrac{5\pi}{6} + \left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}\right) + \dfrac{\pi}{3}$

$\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}\right) = -\dfrac{5\pi}{6} - \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{3}$

$\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}\right) = \dfrac{-5\pi - 3\pi + 2\pi}{6}$

$\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}\right) = -\pi$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires (et de sens contraire).

$\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont des vecteurs directeurs respectifs des droites (AB) et (DE).

Par suite, (AB) / / (DE).