

I. Soit a et b deux entiers relatifs premiers entre eux.

1°) Démontrer que a est premier avec $a + b$ et que b est premier avec $a + b$.

2°) En déduire que ab est premier avec $a + b$.

II. On pose $M = 9n + 1$ et $N = 9n - 1$ où n désigne un entier naturel non nul.

1°) On suppose que n est pair.

- a) Déterminer la parité de M et N .
- b) Déterminer le PGCD de M et N .

2°) On suppose que n est impair.

- a) Déterminer la parité de M et N .
- b) Déterminer le PGCD de M et N .

3°) En utilisant les questions précédentes, démontrer que $81n^2 - 1$ est divisible par 4 si et seulement si n est impair.