

RÉCIPROQUE D'UNE PROPRIÉTÉ

①

Les propriétés mathématiques (notamment au collège) sont souvent de la forme :

« Si la partie 1 est vérifiée, alors la partie 2 est vérifiée ». **

Exemple :

On considère la proposition* :

« Si j'habite en Normandie, alors j'habite en France. »

La Normandie étant une région de France, une personne habitant en Normandie, habite donc en France.

On dit que la proposition « Si j'habite en Normandie, alors j'habite en France. » est vraie.

Cette proposition est alors appelée **propriété**.

* Une **proposition** est une phrase mathématique ; cette phrase peut être vraie ou fausse.

** Une proposition formulée sous la forme « si ..., alors ... » est appelée une **implication**.

②

En inversant le sens de la proposition, « Si la partie 2 est vérifiée, alors la partie 1 est vérifiée », on en change complètement la signification.

Cette nouvelle proposition est appelée proposition **réciroque**. Elle peut être **vraie** ou **fausse**.

Exemple :

La proposition réciroque de « Si j'habite en Normandie, alors j'habite en France. »
est « Si j'habite en France, alors j'habite en Normandie. »

Cette nouvelle proposition est fausse. Une personne vivant en France, n'habite pas forcément en Normandie.
Cette proposition réciroque est fausse, ce n'est pas une propriété.

Autre formulation :

Soit P et Q deux propositions.

La réciroque de l'implication « Si P , alors Q » est « Si Q , alors P ».

③ Complément : le mot « réciproque » dans le langage courant

Exemple :

Roméo  Juliette

Roméo aime Juliette.
Juliette aime Roméo.

On parle d'un « **amour réciproque** ».

Petite note : Quand on étudie le théâtre classique (notamment les tragédies de Racine), on apprend la différence entre « amant » et « amoureux ».

Un amant aime et est aimé ; un amoureux aime mais n'est pas forcément aimé en retour.

Quand on dit qu'on est amoureux des mathématiques ?

④ Un exemple très important : le théorème de Pythagore

Soit ABC un triangle.

• **Théorème de Pythagore :**

Si ABC est rectangle en A, **alors** $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

• **Réciproque du théorème :**

Si $AB^2 + AC^2 = BC^2$, **alors** ABC est rectangle en A.

La réciproque du théorème de Pythagore est vraie.

Exercices

Dans chaque cas :

1°) Préciser si la proposition énoncée est vraie ou fausse. Expliquer la réponse.

2°) a) Énoncer la proposition réciproque. Préciser si cette proposition réciproque est vraie ou fausse.

b) Expliquer la réponse.

1 « **Si** j'habite à Londres, **alors** j'habite en Angleterre. »

2 « **Si** je prends mon parapluie, **alors** il pleut. »

3 « **Si** je suis en classe de 1^{ère}, **alors** je suis lycéen. »

4 « **Si** j'ai moins de 18 ans, **alors** je suis mineur. »

5 « **Si** je suis fils unique, **alors** je n'ai pas de frère. »

6 « **Si** un nombre entier est pair, **alors** ce nombre est un multiple de 2. »

7 « **Si** un nombre entier se termine par 0, 3, 6 ou 9, **alors** ce nombre est un multiple de 3. »

8 « **Si** un nombre entier est divisible par 10, **alors** ce nombre est divisible par 2. »

9 « **Si** je suis un parallélogramme, **alors** mes diagonales se coupent en leur milieu. »

10 « **Si** je suis un losange, **alors** mes diagonales sont perpendiculaires. »

11 « **Si** je suis un carré, **alors** je suis un rectangle. »

12 « **Si** $AI = IB$, **alors** le point I est le milieu du segment [AB]. »