

# Négation d'une proposition

## 1. Qu'est-ce que la négation d'une proposition ?

Soit A une proposition.

La **négation** de la proposition A est la proposition B telle que :

- si A est vraie, alors B est fausse ;
- si A est fausse, alors B est vraie.

La négation de la proposition A est notée **non A**.

## 2. Exemples

A :  $x = 0$

non A :  $x \neq 0$

B :  $x < 1$

non B :  $x \geq 1$

## 3. Propriété

A est une phrase mathématique.

On note B sa négation.

**La négation de B c'est A.**

**Autrement dit :  $\text{non}(\text{non A}) = A$ .**

## 4. Négation d'une proposition avec des connecteurs logiques : lois de Morgan

Soit A et B deux propositions.

- La négation de la proposition (A **ou** B) est ((non A) **et** (non B)).
- La négation de la proposition (A **et** B) est ((non A) **ou** (non B)).

$\text{non}(A \text{ ou } B) = ((\text{non } A) \text{ et } (\text{non } B))$

$\text{non}(A \text{ et } B) = ((\text{non } A) \text{ ou } (\text{non } B))$

### Exemples :

$P$  : «  $x=0$  **ou**  $x=2$  »

non  $P$  : «  $x \neq 0$  **et**  $x \neq 2$  »

La notion de négation d'une proposition se retrouve en probabilités avec la notion d'« événement contraire ».

## 5. Pour aller plus loin : table de vérité

$P$	non $P$
V	F
F	V

On peut démontrer les lois de Morgan à l'aide des tables de vérité.

# Exercices

**1** Dans chaque cas, étudier si la phrase B est la négation de la phrase A proposée.

- ① A :  $n$  est un nombre entier naturel pair.  
B :  $n$  est un nombre entier naturel impair.
- ② A : Pierre est français.  
B : Pierre est anglais.
- ③ A :  $a$  est un nombre entier naturel.  
B :  $a$  est un nombre entier relatif.
- ④ A : Les figures  $F_1$  et  $F_2$  ont un seul point commun.  
B : Les figures  $F_1$  et  $F_2$  ont plus d'un point commun.
- ⑤ A : Paul est le plus grand de la classe.  
B : Paul est le moins grand de la classe.

**2** Écrire la négation des phrases suivantes :

- ① Les droites  $D$  et  $D'$  sont parallèles.
- ②  $x \neq 1$ .
- ③  $x > 3$ .
- ④  $x \in \mathbb{N}$ .

**3** Écrire la négation de la proposition suivante : « Le temps est chaud et humide ».

# Corrigé

## 1 Phrases

- Faux : «  $n$  n'est ni un nombre entier, ni un relatif, ni impair ».
- Faux : « Pierre n'est pas anglais »
- Faux : «  $n$  n'est pas un entier naturel »
- Faux : « La figure n'a aucun point commun, ou les a tous »
- Faux : « Paul n'est pas le plus grand de la classe ».

## 2 Négations à exprimer

- « Les droites ne sont pas sécantes »
- $x = 1$
- $x \leq 3$
- $x \notin \mathbb{N}$  (pour  $x \in x \leq 3 \mathbb{R} \setminus \mathbb{N}$ )

## 3 Négation de la proposition suivante : « Le temps est chaud et humide ».

« Le temps est froid ou sec ».