

Négation d'une proposition

1. Qu'est-ce que la négation d'une proposition ?

Soit A une proposition.

La **négation** de la proposition A est la proposition B telle que :

- si A est vraie, alors B est fausse ;
- si A est fausse, alors B est vraie.

La négation de la proposition A est notée **non A**.

2. Exemples

A : $x = 0$

non A : $x \neq 0$

B : $x < 1$

non B : $x \geq 1$

3. Propriété

A est une phrase mathématique.

On note B sa négation.

La négation de B c'est A.

Autrement dit : **non(non A) = A**.

4. Négation d'une proposition avec des connecteurs logiques : lois de Morgan

Soit A et B deux propositions.

- La négation de la proposition (A **ou** B) est ((non A) **et** (non B)).
- La négation de la proposition (A **et** B) est ((non A) **ou** (non B)).

$\text{non}(A \text{ ou } B) = ((\text{non } A) \text{ et } (\text{non } B))$

$\text{non}(A \text{ et } B) = ((\text{non } A) \text{ ou } (\text{non } B))$

Exemples :

P : « $x=0$ **ou** $x=2$ »

non P : « $x \neq 0$ **et** $x \neq 2$ »

La notion de négation d'une proposition se retrouve en probabilités avec la notion d'« événement contraire ».

5. Pour aller plus loin : table de vérité

P	non P
V	F
F	V

On peut démontrer les lois de Morgan à l'aide des tables de vérité.

Exercices

1 Dans chaque cas, étudier si la phrase B est la négation de la phrase A proposée.

- ① A : n est un nombre entier naturel pair.
B : n est un nombre entier naturel impair.
- ② A : Pierre est français.
B : Pierre est anglais.
- ③ A : a est un nombre entier naturel.
B : a est un nombre entier relatif.
- ④ A : Les figures F_1 et F_2 ont un seul point commun.
B : Les figures F_1 et F_2 ont plus d'un point commun.
- ⑤ A : Paul est le plus grand de la classe.
B : Paul est le moins grand de la classe.

2 Écrire la négation des phrases suivantes :

- ① Les droites D et D' sont parallèles.
- ② $x \neq 1$.
- ③ $x > 3$.
- ④ $x \in \mathbb{N}$.

3 Écrire la négation de la proposition suivante : « Le temps est chaud et humide ».

Corrigé

1 Phrases

- Faux : « n n'est ni un nombre entier, ni un relatif, ni impair ».
- Faux : « Pierre n'est pas anglais »
- Faux : « n n'est pas un entier naturel »
- Faux : « La figure n'a aucun point commun, ou les a tous »
- Faux : « Paul n'est pas le plus grand de la classe ».

2 Négations à exprimer

- « Les droites ne sont pas sécantes »
- $x = 1$
- $x \leq 3$
- $x \notin \mathbb{N}$ (pour $x \in x \leq 3 \mathbb{R} \setminus \mathbb{N}$)

3 Négation de la proposition suivante : « Le temps est chaud et humide ».

« Le temps est froid ou sec ».