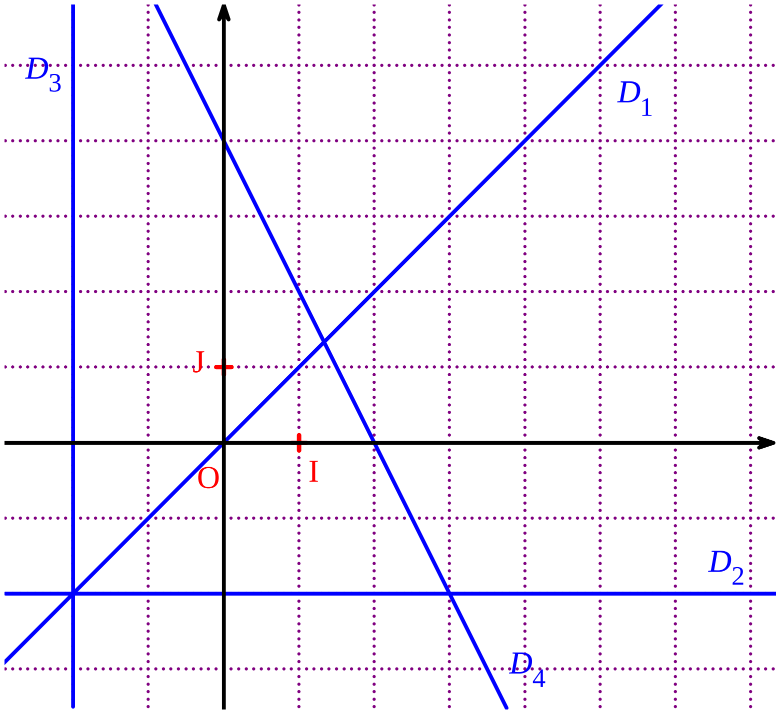
Test sur les équations de droites niveau seconde

Dans tous les exercices, le plan est muni d'un repère (O, I, J).

I. On considère le graphique ci-dessous.



Recopier et compléter le tableau suivant :

	Coefficient directeur	**Ordonnée à l'origine**	**Un vecteur directeur***
D_1			
D_2			
D_3			
D_4			

* La notion de vecteur directeur d'une droite n'est pas vraiment au programme de seconde.

II. En utilisant la notion de droite, déterminer si les points A(1 ; – 2), B(– 4 ; 2) et C(16 ; – 13) sont alignés ou non.

III. On considère les points A(1 ; 1) et B(4 ; – 2) et on note D la droite d'équation $y = 0,5x - 3$.

1°) Le point A est-il un point de D ?
2°) Déterminer l'équation réduite de la droite D' passant par A et de coefficient directeur – 3.
3°) Déterminer les coordonnées du point d'intersection K de D et D', s'il existe.
4°) Déterminer l'équation réduite de la parallèle Δ à la droite (AB) passant par C(– 1 ; – 5).
5°) Déterminer l'équation réduite de la médiane Δ' issue de C dans le triangle ABC.

IV. Exercice facultatif

On considère la droite D_m d'équation $\left(3m+2\right)x+\left(1-4m\right)y+2m-3=0$ où m est un réel.

Trouver la valeur de m pour que D_m passe par l'origine du repère, puis pour que D_m passe par le point A(2 ; 1).

Existe-t-il un point appartenant à D_m quelle que soit la valeur de m ?

Corrigé du test sur les équations de droites

I.

	Coefficient directeur	**Ordonnée à l'origine**	**Un vecteur directeur**
D_1	1	0	(1 ; 1)
D_2	0	– 2	(– 1 ; 0) ou $-\overrightarrow{OI}$
D_3			(0 ; 1) ou $\overrightarrow{OJ}$
D_4	– 2	4	(1 ; – 2)

La droite D_3 n'a pas de coefficient directeur.
pas d'ordonnée à l'origine.

II.

Déterminons si les points A(1 ; – 2), B(– 4 ; 2) et C(16 ; – 13) sont alignés ou non en utilisant la notion d'équation de droite.

• Déterminons l'équation réduite de (AB).

$x_A \neq x_B$ donc (AB) admet une équation réduite de la forme $y = ax + b$.

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-(-2)}{-4-1} = -\frac{4}{5}$$

Donc (AB) a pour équation $y = -\frac{4}{5}(x-1)-2$ soit $y = -\frac{4}{5}x - \frac{6}{5}$.

• Cherchons si le point C appartient à la droite (AB).

$$\begin{aligned} -\frac{4}{5}\times 16 - \frac{6}{5} &= -\frac{64}{5} - \frac{6}{5} \\ &= -\frac{70}{5} \\ &= -14 \\ &\neq -13 \end{aligned}$$

C n'appartient pas à (AB) donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

III.

A(1 ; 1) B(4 ; – 2)

D : $y = 0,5x - 3$

On peut faire un graphique avec les points A, B, C et la droite *D* mais ce n'est pas forcément utile.

1°) **Déterminons si le point A est un point de *D*.**

$$\begin{aligned} 0,5x_{\text{A}} - 3 &= 0,5 \times 1 - 3 \\ &= 0,5 - 3 \\ &= -2,5 \end{aligned}$$

$0,5x_{\text{A}} - 3 \neq y_{\text{A}}$

Donc A $\notin$ *D*.

2°) **Déterminons l'équation réduite de D'.**

D' a pour coefficient directeur – 3 donc l'équation réduite de D' s'écrit $y = -3x + b$.

A $\in$ D' donc $1 = -3 \times 1 + b$

$1 = -3 + b$
$b = 1 + 3$
$b = 4$

D' a pour équation réduite $y = -3x + 4$.

Variante :

D' a pour coefficient directeur – 3 et passe par A donc D' a pour équation $y = -3(x - 1) + 1$ soit $y = -3x + 4$.

3°) **Déterminons les coordonnées du point d'intersection K de *D* et D', s'il existe.**

D et D' n'ont pas le même coefficient directeur donc elles sont sécantes en un point K.

On a : $-3x_{\text{K}} + 4 = 0,5x_{\text{K}} - 3$ (1).

(1) donne successivement
$3x_{\text{K}} + 0,5x_{\text{K}} = 4 + 3$
$3,5x_{\text{K}} = 7$
$x_{\text{K}} = \dfrac{7}{3,5}$
$x_{\text{K}} = 2$

$$\begin{aligned} y_{\text{K}} &= -3 \times 2 + 4 \\ &= -2 \end{aligned}$$

K a pour coordonnées (– 2 ; 2).

4°) **Déterminons l'équation réduite de la parallèle Δ à la droite (AB) passant par C(– 1 ; – 5).**

Δ / / (AB) donc Δ a le même coefficient directeur que (AB).

Le coefficient directeur de (AB) est égal à $a' = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-3}{3} = -1$.

Donc Δ a pour coefficient directeur – 1.

Par suite, l'équation réduite de Δ s'écrit $y = -x + b'$ avec $b' \in \mathbb{R}$.

C $\in$ Δ donc $-5 = -1 \times (-1) + b'$ d'où $b' = -6$.

On en conclut que Δ a pour équation réduite $y = -x - 6$.

5°) **Déterminons l'équation réduite de la médiane Δ' issue de C dans le triangle ABC.**

Soit L le milieu de [AB].

$$\mathrm{L}\left|\begin{array}{l} x_L = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{5}{2} \\ y_L = \dfrac{y_A + y_B}{2} = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

Δ' est la droite passant par C et L (autrement dit, Δ' est la droite (CL)).

$x_C \neq x_L$ donc (CL) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées.

Par suite, Δ' admet une équation réduite de la forme $y = a''x + b''$ où a'' et b'' sont deux réels.

$$a'' = \frac{y_L - y_C}{x_L - x_C} = \frac{-\frac{1}{2} + 5}{\frac{5}{2} + 1} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{9}{7}$$

L'équation réduite de Δ' s'écrit donc $y = \dfrac{9}{7}x + b''$.

Or $C \in \Delta'$ d'où $\dfrac{9}{7} \times (-1) + b'' = -5$ d'où $b'' = -\dfrac{26}{7}$.

On en conclut que Δ' a pour équation $y = \dfrac{9}{7}x - \dfrac{26}{7}$.

IV. $D_m : (3m+2)x+(1-4m)y+2m-3=0 \quad (m \in \mathbb{R})$

• **Trouvons la valeur de *m* pour que D_m passe par l'origine du repère.**

D_m passe par l'origine si et seulement si $2m-3=0$

si et seulement si $m=\frac{3}{2}$

• **Trouvons la valeur de *m* pour D_m passe par A(2 ; 1).**

D_m passe par A(2 ; 1) si et seulement si $(3m+2)\times 2+(1-4m)\times 1+2m-3=0$

si et seulement si $4m+2=0$

si et seulement si $m=-\frac{1}{2}$

• **Cherchons s'il existe un point appartenant à D_m quelle que soit la valeur de *m*.**

L'équation de D_m s'écrit : $m(3x-4y+2)+(2x+y-3)=0$.

Cette relation est vérifiée quelle que soit la valeur de *m* si et seulement si $\begin{cases} 3x-4y+2=0 \\ 2x+y-3=0 \end{cases}$

si et seulement si $\begin{cases} x=\frac{10}{11} \\ y=\frac{13}{11} \end{cases}$

Conclusion : Toutes les droites D_m passent par le point $K\left(\frac{10}{11};\frac{13}{11}\right)$.