

# Exercices sur la fonction « inverse »

**1** Recopier et compléter la phrase suivante :

« La courbe représentative de la fonction "inverse" est l'ensemble des points M de coordonnées .....  
 ..... ».

**2** On considère les fonctions  $f: x \mapsto \frac{1}{x}$  et  $g: x \mapsto x$  et l'on note  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{D}$  leurs représentations graphiques respectives dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité : prendre un centimètre ou un « gros » carreau ).

1°) Tracer  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{D}$  sur un même graphique (prendre une demi-page et respecter l'unité).

2°) Résoudre l'inéquation  $\frac{1}{x} \leq x$  (1)

a) graphiquement ; b) par le calcul.

Vérifier en utilisant l'application « photomaths ».

3°) Dans cette question, on se propose de résoudre graphiquement l'inéquation (1) par une autre méthode.

Tracer sur la calculatrice la représentation graphique  $\Gamma$  de la fonction  $h: x \mapsto \frac{1}{x} - x$ .

La fonction  $h$  n'a pas de rapport avec les fonctions  $f$  et  $g$ .

Retrouver graphiquement à l'aide de  $\Gamma$  l'ensemble des solutions de l'inéquation (1).

**3** On considère les fonctions  $f: x \mapsto x^2$  et  $g: x \mapsto \frac{1}{x}$ .

1°) Faire deux tableaux de valeurs avec un pas de 0,5 (c'est-à-dire pour des valeurs de  $x$  de 0,5 en 0,5) puis tracer sur un même graphique les représentations graphiques respectives  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  de  $f$  et  $g$  dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique : 1 cm ou un « gros » carreaux).

Tracer également sur ce graphique la droite  $D$  d'équation réduite  $y = \frac{x+1}{2}$ .

2°) Résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes :

$$x^2 = \frac{x+1}{2} \quad (1) \quad ; \quad x^2 = \frac{1}{x} \quad (2) \quad ; \quad \frac{1}{x} = \frac{x+1}{2} \quad (3) \quad ; \quad 2x^2 < x+1 \quad (4) \quad ; \quad \frac{1}{x} > \frac{x+1}{2} \quad (5) \quad ; \quad x^2 < \frac{1}{x} \quad (6).$$

On notera  $S_1, S_2 \dots$  les ensembles de solutions respectifs des équations ou inéquations proposées.

Vérifier en utilisant l'application « photomaths ».

**4** On considère les fonctions  $f: x \mapsto x^2$  et  $g: x \mapsto \frac{1}{x}$ .

1°) Rappeler le tableau de variation de  $f$  et  $g$ .

2°) Tracer sur un même graphique les représentations graphiques respectives  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  de  $f$  et  $g$  dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique : 2 cm ou deux « gros » carreaux).

3°) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  le système  $\begin{cases} x^2 \leq 4 & (1) \\ \frac{1}{x} < 2 & (2) \end{cases}$ .

a) graphiquement en rédigeant ;

b) par le calcul.

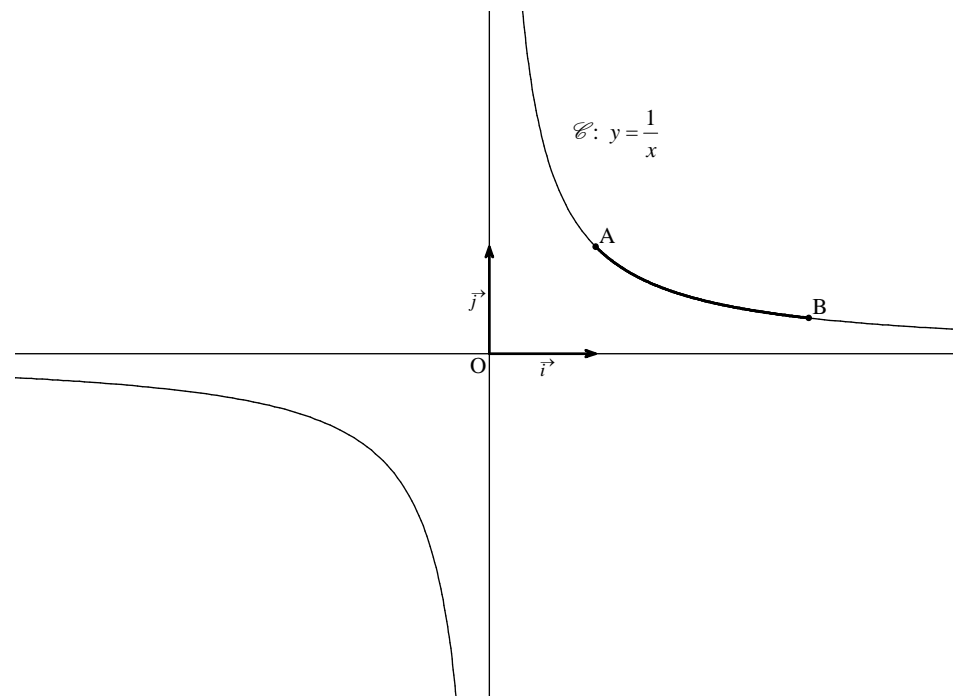
Vérifier en utilisant l'application « photomaths ».

**5** On donne ci-dessous la courbe  $\mathcal{C}$  d'équation  $y = \frac{1}{x}$  dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

On note A et B les points de  $\mathcal{C}$  d'abscisses respectives 1 et 3.

Soit  $M(x, y)$  un point quelconque de l'arc  $\widehat{AB}$  de  $\mathcal{C}$ .

Repasser cet arc en rouge sur le graphique ci-dessous.



1°) Donner le meilleur encadrement possible de  $x$ .

2°) Donner le meilleur encadrement possible de  $y$ .

**6** Tracer la représentation graphique  $\mathcal{C}$  de la fonction « inverse » dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) du plan (prendre une demi-page complète, prendre 1 centimètres ou 1 « gros » carreau).

Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation  $\frac{1}{x} \geq 1$ .

On répondra en deux temps.

① On rédigera en recopiant et complétant la phrase « Les solutions de l'inéquation  $\frac{1}{x} \geq 1$  sont les abscisses des points de  $\mathcal{C}$  dont l'ordonnée est .... ».

② Faire apparaître l'ensemble des solutions sur l'axe des abscisses et donner l'ensemble des solutions de l'inéquation.

L'étape ① sert à expliquer comment on a trouvé les solutions.

Vérifier en utilisant l'application « photomaths ».

**7** Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation  $\frac{1}{x} \geq -1$ .

Vérifier en utilisant l'application « photomaths ».

**8** On note  $f$  la fonction "inverse".

Calculer les images de  $\frac{5}{6}$  et  $1+\sqrt{2}$  par la fonction  $f$ .

**9** On note  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{3}{x} - 1$ .

Calculer  $f\left(\frac{1}{3}\right)$  et  $f\left(\frac{3}{4}\right)$ .

**10** Dans chacun des cas suivants, que peut-on dire de  $\frac{1}{x}$  ? Dans chaque cas, écrire un encadrement de  $\frac{1}{x}$  le plus précis possible.

1°)  $x \geq 3$

2°)  $x \leq -1$

3°)  $-5 \leq x \leq -2$

4°)  $1 \leq x \leq 3$

**11** Écrire dans chaque cas une inégalité vérifiée par  $\frac{1}{x}$ .

1°)  $-2 \leq x < 0$

2°)  $0 < x \leq 3$

Même question : préciser à quel intervalle ...

On pourra raisonner graphiquement.

**12** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{10}{x}$ .

Déterminer un encadrement de  $f(x)$  pour  $x \in [-10; -2]$ .

**13** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x - \frac{3}{x}$ .

Déterminer un encadrement de  $f(x)$  pour  $x \in [1; 5]$ .

**14** On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction « inverse » dans le plan muni d'un repère  $(O, I, J)$  ?

Parmi les points suivants lesquels appartiennent à  $\mathcal{C}$  ? Justifier.

a) A(1; 1)      b) O(0; 0)      c) B(4; -0,25)      d) C(-0,25; -4)      e) D $\left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

**15** 1°) Tracer sur un même graphique la courbe  $\mathcal{C}$  d'équation  $y = \frac{1}{x}$  et la droite  $D$  d'équation  $y = x + 1$  dans

le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$  (unité : prendre un centimètre ou un « gros » carreau).

2°) a) Développer et réduire l'expression  $E(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ .

b) Déterminer par le calcul les abscisses des points d'intersection de  $\mathcal{C}$  et  $D$ .

**16** Soit  $x$  et  $y$  deux réels tels que  $-9 < x \leq 6$  et  $2 \leq y < 3$ .

Déterminer le meilleur encadrement possible du réel  $A = 8x + \frac{7}{y}$ .

**17** Déterminer le (ou les) nombre(s) dont l'image par la fonction « inverse » soit égale au double.

**18** Soit  $x$  un réel quelconque de l'intervalle  $[5; 10]$ .

Déterminer le meilleur encadrement des nombres  $A = \frac{5}{x-3}$  et  $B = 2 - \frac{7}{x}$ .

**19** Soit  $x$  un réel strictement positif quelconque.

Quel est le signe de l'inverse de  $x$  ?

**20** **Vrai ou faux ?**

L'inverse de l'opposé d'un réel non nul est égal à l'opposé de l'inverse de ce réel ?

**21** Dans chaque cas, comparer les nombres suivants sans les calculer.

a)  $\frac{1}{-0,012}$  et  $\frac{1}{-0,0099}$  ;

b)  $\frac{1}{\pi-3}$  et  $\frac{1}{0,21}$

**22** Résoudre l'inéquation  $\frac{1}{x} \leq 2$  en s'aidant de la courbe représentative de la fonction « inverse ».

Vérifier en utilisant l'application « photomaths ».

**23** On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

Sur un graphique, placer le repère en prenant 1 cm pour unité graphique (utiliser du papier à petits carreaux).

1°) Tracer la représentation graphique  $\mathcal{C}$  de la fonction « inverse » et la droite  $D$  d'équation  $y = x + 1$ .

Marquer sur le graphique les points d'intersection A et B de  $\mathcal{C}$  et  $D$ , A ayant la plus petite abscisse.

2°) Lire graphiquement, avec la précision permise par le graphique, des valeurs approchées des coordonnées de A et B.

Tracer  $\mathcal{C}$  et  $D$  sur l'écran de la calculatrice et utiliser l'outil de la calculatrice pour obtenir des valeurs approchées plus précises.

3°) Le but de cette question est de déterminer les valeurs exactes des coordonnées de A et B.

1<sup>ère</sup> version :

Écrire un système dont les solutions sont les couples de coordonnées des points d'intersection de  $\mathcal{C}$  et  $D$ .

Résoudre cette équation grâce à l'application « photomaths » ou encore le site « dcode » (résolution des équations).

En déduire les coordonnées de A et B.

2<sup>e</sup> version : Écrire une équation dont les solutions sont les l'abscisses des points d'intersection de  $\mathcal{C}$  et  $D$ .

Résoudre cette équation grâce à l'application de résolution des équations polynomiales de la calculatrice ou l'application « photomaths » ou encore le site « dcode » (résolution des équations).

Pour la calculatrice, écrire l'équation sous la forme  $\dots = 0$ .

Pour « photomaths », on prendra uniquement les solutions sans regarder la démarche de résolution.

En déduire les coordonnées de A et B.

# Corrigé

1

La courbe représentative de la fonction « inverse » est l'ensemble des points M de coordonnées  $\left(x; \frac{1}{x}\right)$  lorsque  $x$  décrit  $\mathbb{R}^*$ .

2

$$f: x \mapsto \frac{1}{x} \quad g: x \mapsto x$$

2°) Résolvons l'inéquation  $\frac{1}{x} \leq x$  (1)

a) graphiquement

L'inéquation (1) s'écrit :  $f(x) \leq g(x)$ .

Les solutions de (1) sont donc les abscisses des points de la courbe  $\mathcal{C}$  situés en dessous de ou sur la droite  $D$ . Graphiquement, on lit  $S_1 = [-1; 0[ \cup ]1; +\infty[$ .

b) algébriquement

L'inéquation (1) est successivement équivalente à :

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} - x &\leq 0 \\ \frac{1-x^2}{x} &\leq 0 \\ \frac{(1-x)(1+x)}{x} &\leq 0 \end{aligned}$$

On fait un tableau de signes.

3

$$f: x \mapsto x^2 \quad ; \quad g: x \mapsto \frac{1}{x}$$

2°)

$$x^2 = \frac{x+1}{2} \quad (1)$$

Les solutions de (1) sont les abscisses des points d'intersection de la courbe  $\mathcal{C}$  et de la droite  $D$ .

$$S_1 = \left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$$

$$x^2 = \frac{1}{x} \quad (2)$$

Les solutions de (2) sont les abscisses des points d'intersection des courbes  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$ .

$$S_2 = \{1\}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{x+1}{2} \quad (3)$$

Les solutions de (3) sont les abscisses des points d'intersection de la courbe  $\mathcal{C}$  et de la droite  $D$ .

$$S_3 = \{-2; 1\}$$

$$2x^2 < x+1 \quad (4)$$

(4) est équivalente à  $x^2 < \frac{x+1}{2}$ .

Les solutions de (4) sont les abscisses des points de  $\mathcal{C}$  situés strictement en dessous de la droite  $D$ .

$$S_4 = ]-0,5; 1[$$

$$\frac{1}{x} > \frac{x+1}{2} \quad (5)$$

Les solutions de (5) sont les abscisses des points de  $\mathcal{C}$  situés strictement au-dessus de la droite  $D$ .

$$S_5 = ]-\infty; -2[ \cup ]0; 1[$$

$$x^2 < \frac{1}{x} \quad (6)$$

Les solutions de (5) sont les abscisses des points de  $\mathcal{C}$  situés strictement au-dessus de  $\mathcal{C}'$ .

$$S_6 = ]-\infty; 1[$$

$$\boxed{5} \quad 1^\circ) 1 \leq x \leq 3 \quad ; \quad 2^\circ) \frac{1}{3} \leq y \leq 1.$$

6

On note  $f$  la fonction « inverse » et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative.

L'inéquation s'écrit  $f(x) \geq 1$ .

Donc les solutions de cette inéquation sont les abscisses des points de  $\mathcal{C}$  qui ont une ordonnée supérieure ou égale à 1.

$$S = ]0; 1]$$

$$\boxed{7} \quad S = ]-\infty, -1] \cup ]0, +\infty[$$

8

$$f\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{6}{5}$$

$$f(1+\sqrt{2}) = \sqrt{2}-1 \quad (\text{technique de la quantité conjuguée})$$

9

$$f: x \mapsto \frac{3}{x} - 1$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 8$$

$$f\left(\frac{3}{4}\right) = 3$$

10 Dans chaque cas, écrire un encadrement de  $\frac{1}{x}$  le plus précis possible.

$$1^\circ) x \geq 3 \quad 0 < \frac{1}{x} \leq \frac{1}{3}$$

$$2^\circ) x \leq -1 \quad -1 \leq \frac{1}{x} < 0$$

$$3^\circ) -5 \leq x \leq -2 \quad -\frac{1}{2} \leq \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{5}$$

$$4^\circ) 1 \leq x \leq 3 \quad \frac{1}{3} \leq \frac{1}{x} \leq 1$$

**Explications :**

$$1^\circ) x \geq 3$$

Les deux nombres de l'inégalité sont tous les deux strictement positifs.

La fonction « inverse » est strictement décroissante sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  donc  $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{3}$ .

D'autre part,  $x \geq 3$  entraîne  $x$  strictement positif donc par règle des signes, on a :  $\frac{1}{x} > 0$ .

(L'inverse d'un nombre strictement positif est strictement positif).

$$\text{Conclusion : } 0 < \frac{1}{x} \leq \frac{1}{3}$$

$$2^\circ) x \leq -1$$

Les deux nombres de l'inégalité sont tous les deux strictement négatifs.

La fonction « inverse » est strictement décroissante sur l'intervalle  $] -\infty; 0[$  donc  $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{-1}$  soit  $\frac{1}{x} \geq -1$ .

D'autre part,  $x \leq -1$  entraîne  $x$  strictement négatif donc par règle des signes, on a :  $\frac{1}{x} < 0$ .

$$\text{Conclusion : } -1 \leq \frac{1}{x} < 0$$

$$3^\circ) -5 \leq x \leq -2$$

La fonction « inverse » est strictement décroissante sur l'intervalle  $] -\infty; 0[$  donc  $-\frac{1}{5} \geq \frac{1}{x} \geq -\frac{1}{2}$

$$4^\circ) 1 \geq x \geq \frac{1}{3}$$

11 On écrit dans chaque cas une inégalité portant sur  $\frac{1}{x}$ .

$$1^\circ) \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{2} \qquad 2^\circ) \frac{1}{x} \geq \frac{1}{3}$$

$$1^\circ) -2 \leq x < 0 \quad \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{2}$$

L'inégalité  $\frac{1}{x} < 0$  est vraie mais elle n'apporte rien par rapport à la précédente puisque si un nombre est inférieur à  $-\frac{1}{2}$  alors il est strictement négatif.

$$2^\circ) 0 < x \leq 3 \quad \frac{1}{x} \leq \frac{1}{3}$$

11 Écrire dans chaque cas une inégalité vérifiée par  $\frac{1}{x}$ .

14

Parmi les points suivants lesquels appartiennent à la courbe représentative de la fonction « inverse » ? Justifier.

- a) A(1 ; 1)
- b) O(0 ; 0)
- c) B(4 ; -0,25)
- d) C(-0,25 ; -4)
- e) D( $\sqrt{3}$  ;  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ )

**Solution :**

On note  $f$  la fonction « inverse » et on note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

$$a) f(1) = \frac{1}{1} = 1 \text{ donc } A \in \mathcal{C}.$$

$$b) 0 \text{ n'a pas d'image par } f \text{ car } 0 \text{ n'est pas dans l'ensemble de définition donc } O \notin \mathcal{C}$$

$$c) f(4) = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ donc } B \notin \mathcal{C}.$$

$$d) f(-0,25) = \frac{1}{-0,25} = -4 \text{ donc } C \in \mathcal{C}.$$

$$e) f(\sqrt{3}) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ donc } D \in \mathcal{C}.$$

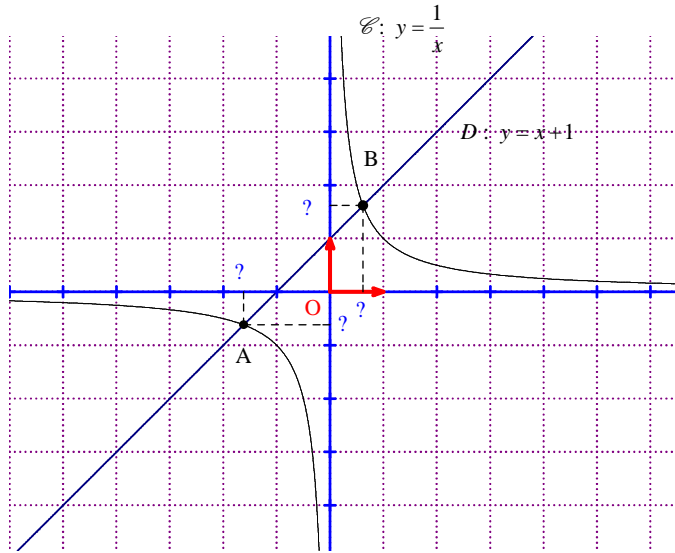
Sans introduire de fonction, on écrit :

$$\frac{1}{x_A} = \frac{1}{1} = 1 = y_A \text{ donc } A \in \mathcal{C}.$$

$$\frac{1}{x_B} = \frac{1}{4} = 0,25 \neq y_B \text{ donc } B \notin \mathcal{C}.$$

**15**

1°)



2°)

a)

$$\begin{aligned} E &= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \\ &= x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{5}{4} \quad (\text{identité remarquable}) \\ &= x^2 + x - 1 \end{aligned}$$

b) Les abscisses des points d'intersection de  $\mathcal{C}$  et  $D$  sont les solutions de l'équation  $\frac{1}{x} = x+1$  (1).

On résout (1) dans  $\mathbb{R}^*$ .

(1) est successivement équivalente à :

$$1 = x(x+1)$$

$$1 = x^2 + x$$

$$x^2 + x - 1 = 0 \quad (\text{on peut résoudre cette équation à l'aide de la calculatrice})$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\left[\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{\sqrt{5}}{2}\right] \left[\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{5}}{2}\right] = 0$$

$$\left(x + \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \left(x + \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) = 0$$

$$x + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 0 \text{ ou } x + \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 0$$

$$x = -\frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = -\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$$

Les abscisses des points d'intersection de  $\mathcal{C}$  et  $D$  sont  $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$  et  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ .

On peut dire que  $\mathcal{C}$  et  $D$  se coupent aux points A et B d'abscisses respectives  $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$  et  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ .

On peut calculer, si on le désire, les ordonnées de A et B en utilisant soit l'équation de  $\mathcal{C}$  soit l'équation de  $D$ .

Les deux méthodes donnent le même résultat mais le recours à l'équation de  $D$  permet des calculs plus simples.

$$y_A = x_A + 1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$y_B = x_B + 1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

On en déduit que  $A = \left| \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \right|$  et  $B = \left| \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right|$ .

Après avoir calculer des valeurs approchées à l'aide de la calculatrice, on effectue un contrôle graphique des résultats.

**17** On résout l'équation  $\frac{1}{x} = 2x$  (1)

0 est valeur interdite.

On résout cette équation dans  $\mathbb{R}^*$ .

(1) est successivement équivalente à

$$2x^2 = 1 \text{ (« produit en croix »)}$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ou } x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Les réels cherchés sont donc  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  et  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**18** Soit  $x$  un réel quelconque de l'intervalle  $[5; 10]$ .

Déterminer le meilleur encadrement des nombres  $A = \frac{5}{x-3}$  et  $B = 2 - \frac{7}{x}$ .

Les expressions sont déjà simplifiées. On ne peut pas les transformer.

On travaille par inégalités successives.

On effectue la réécriture  $A = 5 \times \frac{1}{x-3}$ .

$$5 \leq x \leq 10$$

$$2 \leq x-3 \leq 7$$

$$\text{Donc } \frac{1}{2} \geq \frac{1}{x-3} \geq \frac{1}{7}$$

$$5 > 0 \text{ donc } \frac{5}{2} \geq \frac{5}{x-3} \geq \frac{5}{7}$$

$$\text{On en déduit que } \frac{5}{7} \leq A \leq \frac{5}{2}$$

On effectue la réécriture  $B = 2 - 7 \times \frac{1}{x}$ .

$$5 \leq x \leq 10$$

$$\frac{1}{5} \geq \frac{1}{x} \geq \frac{1}{10}$$

$$-\frac{7}{5} \leq -\frac{7}{x} \leq -\frac{7}{10}$$

$$2 - \frac{7}{5} \leq 2 - \frac{7}{x} \leq 2 - \frac{7}{10}$$

$$\frac{3}{5} \leq B \leq \frac{13}{10}$$

**21** Thème : Comparer les inverses de nombres de même signe

a)  $-0,012$  et  $-0,0099$  sont tous deux négatifs. Or la fonction « inverse » est décroissante sur  $]-\infty; 0[$  donc de

$$-0,012 \leq -0,0099, \text{ on déduit que } \frac{1}{-0,012} \geq \frac{1}{-0,0099}$$

b)  $\pi \approx 3,14$  donc  $\pi - 3 \approx 0,14$ .

Ainsi  $\pi - 3$  et  $0,21$  sont tous deux positifs.

Or la fonction « inverse » est décroissante sur  $]0; +\infty[$  donc de  $\pi - 3 \leq 0,21$  on déduit que  $\frac{1}{\pi - 3} \geq \frac{1}{0,21}$ .

Remarque : Si deux réels non nuls sont de signes contraires, il est clair que l'inverse du réel négatif est inférieur à l'inverse du réel positif.

**22** Thème : Utiliser la courbe de la fonction « inverse »

1/ On trace la courbe représentative  $H$  de la fonction « inverse » dans un repère.

2/ On place 2 sur l'axe des ordonnées et le point de  $H$  qui a pour ordonnée 2. Son abscisse est  $\frac{1}{2}$ ; on le note sur

l'axe des abscisses.

3/ On visualise sur l'axe des ordonnées les nombres inférieurs ou égaux à 2.

4/ On lit sur l'axe des abscisses les nombres dont l'inverse appartient à la partie verte de l'axe des ordonnées.

5/ On conclut :

L'ensemble des solutions de l'inéquation  $\frac{1}{x} \leq 2$  est la réunion d'intervalles :  $]-\infty; 0[ \cup \left[ \frac{1}{2}; +\infty[$ .