Exercices sur les fonctions polynômes du second degré

1

Version 1

On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 + 2x - 3$.

1°) Mettre $f(x)$ sous forme canonique.
2°) Étudier les variations de *f* ; faire le tableau de variations de *f*.
3°) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous et tracer la courbe représentative $\mathcal{C}$ de *f* sur l'intervalle [– 4 ; 2] dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (prendre un centimètre ou un « gros carreau » pour unité graphique).

x	– 4	– 3,5	– 3	– 2,5	– 2	– 1,5	– 1	– 0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$													

4°) Sur le graphique précédent, tracer la droite *D* d'équation $y = x + 1$.
Déterminer par le calcul les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et *D*.

Indication : démontrer que $x^2 + x - 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$.

Version 2 :

On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 + 2x - 3$.

1°) Démontrer que pour tout réel *x*, on a : $f(x) = (x+1)^2 - 4$.
2°) Étudier les variations de *f* ; faire le tableau de variations de *f*.
3°) On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de *f* dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Préciser la nature de $\mathcal{C}$; donner les coordonnées de son sommet S.
4°) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	– 4	– 3,5	– 3	– 2,5	– 2	– 1,5	– 1	– 0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$													

Faire une graphique sur une demi-page complète en prenant un centimètre ou un « gros carreau » pour unité graphique.
Placer le point S et tracer $\mathcal{C}$.
5°) a) Sur le graphique précédent, tracer la représentation graphique *D* de la fonction $g : x \mapsto x + 1$.

b) Démontrer que pour tout réel *x*, on a : $x^2 + x - 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$.

c) Déterminer par le calcul les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et *D*.

2 On considère les fonctions $f : x \mapsto -x^2 + 4x$ et $g : x \mapsto \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$.

1°) Donner les formes canonique de $f(x)$ et $g(x)$.
2°) Étudier les variations de *f* et *g* ; dresser leurs tableaux de variations. Compléter les tableaux avec les extremums.
3°) On note $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}$ ' les courbes représentatives respectives des fonctions *f* et *g* dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (prendre le centimètre ou un « gros carreau » pour unité graphique).
Recopier et compléter les tableaux de valeurs ci-dessous.

x	– 1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

x	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3	4	5	6
$g(x)$										

Tracer $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}$ ' avec soin sur une page complète.

4°) Déterminer par le calcul les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}$ '.

3 Donner la forme canonique des polynômes du second degré suivants :

$3x^2 - 15x + 4$; $-x^2 + 2x + 5$; $4x^2 - x + 1$; $2x^2 - 6x + 5$; $-3x^2 + x + 2$; $x^2 + 3x - 4$; $-3x^2 + 2x + 1$; $x^2 + x + 1$; $-x^2 + 4x - 1$; $-2x^2 + 3x + 4$; $-2x^2 + x + \frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$.

4

Version 1 :

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 4$.
On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de *f* dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1°) Mettre $f(x)$ sous forme canonique.
2°) Étudier les variations de *f* ; faire le tableau de variations de *f*.
3°) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	– 4	– 3,5	– 3	– 2,5	– 2	– 1,5	– 1	– 0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$													

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de *f* dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

Sur un graphique, tracer le repère (O, I, J) en prenant le centimètre pour unité graphique. Placer les points du tableau précédent. Mettre des pointillés et les valeurs sur les axes pour le point correspondant à l'extremum.
Tracer $\mathcal{C}$ en reliant les points précédents « à la main » en tenant compte du tableau de variations.
On soignera particulièrement l'allure de la courbe au voisinage de la tangente horizontale.
Contrôler sur la calculatrice graphique.
4°) Déterminer par le calcul les abscisses des points A et B où $\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses ($x_A < x_B$).

Version 2 :

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 4$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de *f* dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1°) Étudier les variations de *f* ; faire le tableau de variations de *f*.
Préciser les coordonnées du sommet S de $\mathcal{C}$.
2°) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	– 4	– 3,5	– 3	– 2,5	– 2	– 1,5	– 1	– 0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$													

Sur un graphique, tracer le repère (O, I, J) en prenant le centimètre pour unité graphique. Placer les points du tableau précédent. Mettre des pointillés et les valeurs sur les axes pour le sommet S.
Tracer $\mathcal{C}$ en reliant les points précédents « à la main » en tenant compte du tableau de variations.
On soignera particulièrement l'allure de la courbe au voisinage de la tangente horizontale.
Contrôler sur la calculatrice graphique.
3°) a) Vérifier que $f(x) = (x+1)^2 - 5$.
b) Déterminer par le calcul les abscisses des points A et B où $\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses ($x_A < x_B$).

Version 3 :

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 4$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de *f* dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1°) Vérifier que $f(x) = (x+1)^2 - 5$.
2°) Étudier les variations de *f* ; faire le tableau de variations de *f*.
Préciser les coordonnées du sommet S de $\mathcal{C}$.
3°) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	– 4	– 3,5	– 3	– 2,5	– 2	– 1,5	– 1	– 0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$													

Sur un graphique, tracer le repère (O, I, J) en prenant le centimètre pour unité graphique. Placer les points du tableau précédent. Mettre des pointillés et les valeurs sur les axes pour le sommet S.
Tracer $\mathcal{C}$ en reliant les points précédents « à la main » en tenant compte du tableau de variations.
On soignera particulièrement l'allure de la courbe au voisinage de la tangente horizontale.
Contrôler sur la calculatrice graphique.
4°) Déterminer par le calcul les abscisses des points A et B où $\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses ($x_A < x_B$).

$\boxed{5}$

Version 1 :

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de *f* dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1°) Mettre $f(x)$ sous forme canonique.
2°) Étudier les variations de *f* ; faire le tableau de variations de *f*.
Préciser les coordonnées du sommet S de $\mathcal{C}$.
3°) Recopier et compléter le tableau de valeurs :

x	– 2	– 1,5	– 1	– 0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$													

Sur un graphique, tracer le repère (O, I, J) en prenant un centimètre ou un « gros carreau » pour unité de longueur.
Placer les points du tableau de valeurs. Tracer $\mathcal{C}$ en reliant ces points « à la main ».
Vérifier sur calculatrice graphique.
4°) Placer les points E(1 ; 1) et F(– 1 ; – 3) sur le graphique précédent. Tracer la droite (EF).
Déterminer l'équation réduite de la droite (EF).
5°) La droite (EF) est la représentation graphique d'une fonction affine *g*.
a) Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = g(x)$.
Retrouver le résultat graphiquement.
b) Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) > g(x)$.
Retrouver le résultat graphiquement.

Version 2 :

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de *f* dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1°) Étudier les variations de *f* ; faire le tableau de variations de *f*.
Préciser les coordonnées du sommet S de $\mathcal{C}$.
2°) Recopier et compléter le tableau de valeurs :

x	– 2	– 1,5	– 1	– 0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$													

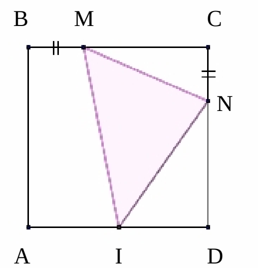
Sur un graphique, tracer le repère (O, I, J) en prenant un centimètre ou un « gros carreau » pour unité de longueur.

Placer les points du tableau de valeurs. Tracer $\mathcal{C}$ en reliant ces points « à la main ».
Vérifier sur calculatrice graphique.
4°) Placer les points E(1 ; 1) et F(– 1 ; – 3) sur le graphique précédent.
Déterminer l'expression de la fonction affine g dont la représentation graphique est la droite (EF).
5°) a) Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = g(x)$.
Retrouver le résultat graphiquement.
b) Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) > g(x)$.
Retrouver le résultat graphiquement.

6 **Deux versions sont proposées pour cet exercice.**

Version 1 :

On considère un carré ABCD de côté 6 cm. On note I le milieu de [AD].
Soit M et N deux points appartenant respectivement au côté [BC] et au côté [CD] tels que $\text{BM} = \text{CN}$.



On s'intéresse à l'aire du triangle IMN. On cherche pour quelle valeur de x cette aire est minimale.

On pose $x = \text{BM}$. On a donc $0 \leqslant x \leqslant 6$.

Reproduire la figure.

1°) Démontrer que l'aire du triangle IMN est donnée par $S(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 9x + 36)$.
On pourra s'aider des formules rappelées ci-dessous.

2°) Vérifier que l'on a : $S(x) = \frac{(x-4,5)^2 + 15,75}{2}$.
Dresser le tableau de variations de S (sur l'intervalle [0 ; 6] uniquement).
Faire ce tableau ainsi que les flèches de variations à la règle.
Calculer les images de 0 et de 6 par S ainsi que la valeur du minimum global.
Compléter le tableau de variations avec ces valeurs (correctement placées au bout des flèches).

En déduire pour quelle valeur de x l'aire du triangle IMN est minimale.
On fera une phrase selon le modèle suivant :
« D'après le tableau de variations de S, l'aire du triangle IMN est minimale pour $x = ...$ ».

3°) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire du triangle IMN est supérieure ou égale à 8.
Indication : développer le produit $(x-4)(x-5)$.

Formulaire :

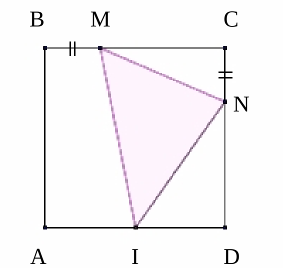
L'aire d'un carré de côté a est égale à a^2.

L'aire d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit ont pour longueurs a et b est égale à $\frac{ab}{2}$.

L'aire d'un trapèze dont la petite base a pour longueur b, la grande base a pour longueur B et la hauteur pour longueur h est égale à : $\frac{(b+B)\times h}{2}$.

Version 2 :

On considère un carré ABCD de côté 6 cm. On note I le milieu de [AD].
Soit M et N deux points appartenant respectivement au côté [BC] et au côté [CD] tels que $\text{BM} = \text{CN}$.



On s'intéresse à l'aire du triangle IMN. On cherche pour quelle valeur de x cette aire est minimale.

On pose $x = \text{BM}$. On a donc $0 \leqslant x \leqslant 6$.

Reproduire la figure.

1°) Démontrer que l'aire du triangle IMN est donnée par $S(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 9x + 36)$.
On pourra s'aider des formules rappelées ci-dessous.
2°) Dresser le tableau de variations de S (sur l'intervalle [0 ; 6] uniquement).
Faire ce tableau ainsi que les flèches de variations à la règle.
Calculer les images de 0 et de 6 par S ainsi que la valeur du minimum global.
Compléter le tableau de variations avec ces valeurs (correctement placées au bout des flèches).

En déduire pour quelle valeur de x l'aire du triangle IMN est minimale.
On fera une phrase selon le modèle suivant :
« D'après le tableau de variations de S, l'aire du triangle IMN est minimale pour $x = ...$ ».

3°) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire du triangle IMN est supérieure ou égale à 8.
Indication : développer le produit $(x-4)(x-5)$.

Formulaire :

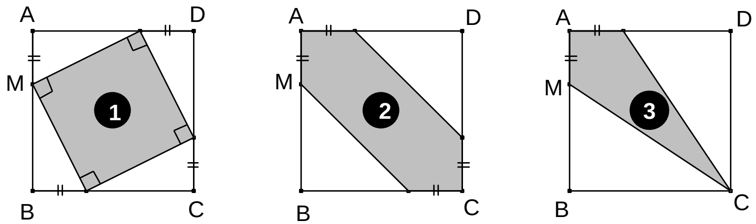
L'aire d'un carré de côté a est égale à a^2.

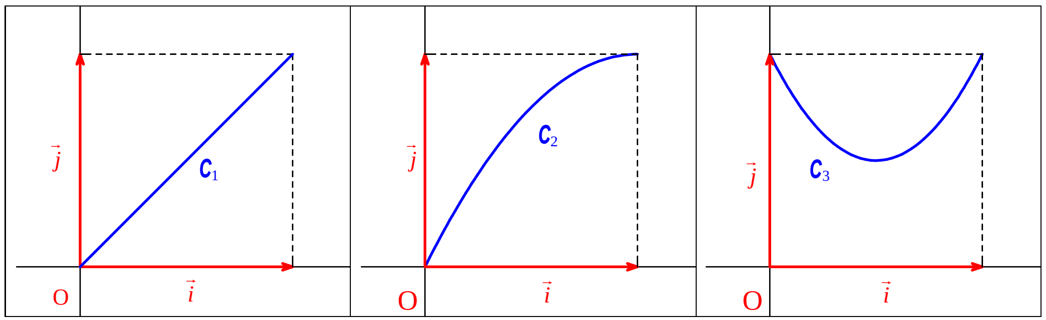
L'aire d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit ont pour longueurs a et b est égale à $\frac{ab}{2}$.

L'aire d'un trapèze dont la petite base a pour longueur b, la grande base a pour longueur B et la hauteur pour longueur h est égale à : $\frac{(b+B)\times h}{2}$.

$\boxed{7}$ Soit ABCD un carré de côté 1 (une unité de longueur étant choisie) et M un point mobile sur le segment [AB].
Chaque courbe représente l'aire du domaine grisé sur une configuration en fonction de $x = \text{AM}$.
Chaque fonction donne l'aire du domaine grisé sur une configuration.

Associer à chaque configuration la courbe et la fonction correspondante en justifiant.





$f(x) = -x^2 + 2x$ $\qquad$ $g(x) = x$ $\qquad$ $h(x) = 2x^2 - 2x + 1$

$\boxed{8}$ On considère les fonctions $f : x \mapsto x^2 - 4x + 3$ et l'on note $\mathcal{C}$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère (O, I, J).
Le but de l'exercice est de déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec les axes du repère.

1°) a) Démontrer que pour tout réel x, on a : $f(x) = (x-2)^2 - 1$.

b) Déterminer par le calcul les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.
Conclure en rédigeant ainsi :
$\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses aux points A(… ; …) et B(… ; …)
ou $\mathcal{C} \cap (Ox)$ = {A ; B} avec A(… ; …) et B(… ; …).

2°) Déterminer le point d'intersection C de $\mathcal{C}$ avec l'axe des ordonnées.
3°) Contrôler les résultats trouvés précédemment en représentant graphiquement f sur la calculatrice.

$\boxed{9}$ On note $\mathcal{C}$ la courbe d'équation $y = x^2$ dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
1°) Soit M un point quelconque de $\mathcal{C}$ d'abscisse a. On note N le milieu de [OM].
Calculer les coordonnées de N en fonction de a.
2°) Démontrer que N appartient à la courbe $\mathcal{C}'$ d'équation $y = 2x^2$.

$\boxed{10}$ Dresser le tableau de variations de chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$:

1°) $f(x) = 7(x+9)^2 - 15$	2°) $g(x) = \frac{2}{3}(x-0,5)^2 + 1,5$	3°) $h(x) = -13\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{5}{4}$	4°) $k(x) = -(x-6)^2$

$\boxed{11}$ Dresser le tableau de variations de chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$:

1°) $f(x) = (x+1)^2 - 3$	2°) $g(x) = -(x-2)^2 - 3$	3°) $h(x) = -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 2$	4°) $k(x) = 2(x-1)^2 + 1$

$\boxed{12}$ On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 - 4x + 5$.
On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1°) Vérifier que $f(x) = (x-2)^2 + 1$.

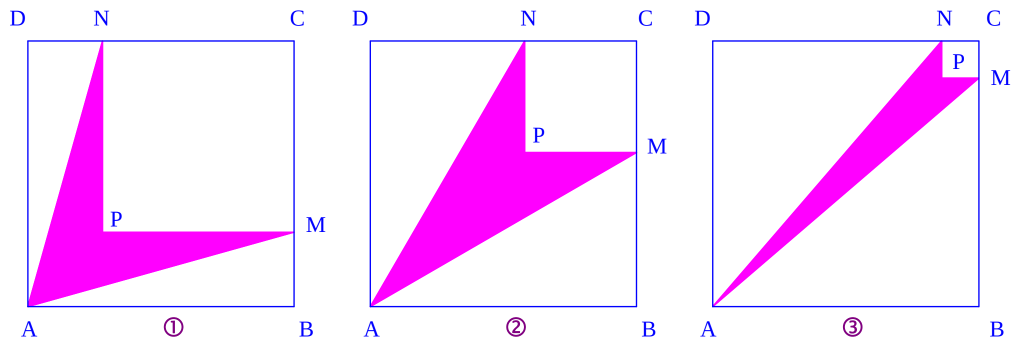
2°) Étudier les variations de f.
3°) Tracer $\mathcal{C}$ puis, sur le même graphique, la droite D d'équation $y = 5 - 2x$.
4°) Déterminer graphiquement et par le calcul les solutions de l'inéquation : $5 - 2x > x^2 - 4x + 5$.

$\boxed{13}$ L'altitude d'un plongeur, en mètre, repérée par rapport au niveau de l'eau, est exprimée en fonction du temps t écoulé, en secondes, depuis le départ du plongeur par : $h(t) = -4t^2 + 4t + 3$.

1°) Vérifier que $h(t) = -4\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$.

2°) À quelle hauteur se trouve le plongeoir ?
3°) Quelle est l'altitude maximale du plongeur ?
4°) Au bout de combien de temps le plongeur arrive-t-il dans l'eau ?

$\boxed{14}$ Soit ABCD est un carré de côté 5 cm. Le point M appartient au segment [BC] et le point N au segment [CD] tel que $\text{BM} = \text{DN}$.
On note P le point tel que MCNP soit un carré.
Le polygone AMPN est une « flèche ». Soit x la mesure en centimètres de $\text{BM} = \text{DN}$.



1°) Exprimer en fonction de x les aires du carré CNPM et des triangles ABM et AND (en cm^2).
2°) En déduire que l'aire $\mathcal{A}(x)$ de la flèche est donnée par $\mathcal{A}(x) = -x^2+5x$ pour $x \in [0 ; 5]$.
3°) Démontrer que $\mathcal{A}(x) = -\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$.
4°) Pour quelle valeur de x l'aire de la flèche est elle maximale ?
5°) À l'aide de la calculatrice, tracer sur une page complète prise dans le sens de la longueur la courbe $\mathcal{C}$ représentant la fonction $\mathcal{A}$ pour $x \in [0 ; 5]$ dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) tel que $\text{OI} = 5 \text{ cm}$ et $\text{OJ} = 2 \text{ cm}$.
6°) Les figures ①, ② et ③ correspondent respectivement à x = 1,4 ; x = 2,9 et x = 4,3.
En utilisant l'axe de symétrie de la courbe $\mathcal{C}$ et les variations de la fonction $\mathcal{A}$, expliquer comment, sans calculs, on peut classer ces flèches par ordre croissant de leurs aires.
7°) En résolvant une équation, déterminer où placer M pour que la flèche ait pour aire $5{,}25 \text{ cm}^2$.
Expliquer comment retrouver graphiquement ce résultat à l'aide de la courbe $\mathcal{C}$.

15 Soit ABCD un carré de côté 8 cm.
On note N le point de [AD] tel que $\text{DN} = 6{,}5$ cm et M un point de [AB] tel que $\text{AM} = x$ cm.
On se demande si le triangle CMN peut-être rectangle en M.
Le but de l'exercice est d'étudier s'il existe ou non une ou plusieurs valeurs de x pour lesquelles le triangle CMN est rectangle en M.

1°) a) Calculer NC^2.
b) Exprimer, en justifiant, MN^2 et CM^2 en fonction de x.
2°) Démontrer que résoudre le problème posé revient à résoudre l'équation : $2x^2-16x+24=0$.
Développer l'expression $\text{E}(x)=2(x-4)^2-8$.
3°) Conclure.

16 Les questions sont indépendantes les unes des autres.
Il n'est pas nécessaire de tracer les courbes représentatives.
On justifiera dans chaque cas par le calcul.

1°) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^2-3x+5$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.
Quel(s) point(s) appartient (appartiennent) à $\mathcal{C}$?
A(5 ; 0)
B(3 ; 5)
C(1 ; 4)

2°) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-1$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.
Déterminer le(s) point(s) de $\mathcal{C}$ d'ordonnée 8.

3°) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3-2x^2$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.
Quelle est l'ordonnée du point M de $\mathcal{C}$ d'abscisse – 3 ?

17 On considère la fonction $f : x \mapsto -x^2+5x+1$.

1°) Vérifier que pour tout réel x on a : $f(x)=-(x-2{,}5)^2+7{,}25$.
2°) Étudier les variations de f ; faire le tableau de variationsde f.
3°) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous et tracer la courbe représentative $\mathcal{C}$ de f sur l'intervalle [– 4 ; 2] dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (prendre un centimètre ou un « gros carreau » pour unité graphique).

x	– 1	– 0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$													

4°) Le point $\text{A}\left(\sqrt{2} ; 5\sqrt{2}-1\right)$ appartient-il à $\mathcal{C}$? Justifier la réponse.
5°) Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation $f(x) \geqslant 1$.
6°) Sur le graphique précédent, tracer la droite D d'équation $y=6-x$.
Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=6-x$.

18 Une entreprise fabrique un parfum. On note x la quantité en hectolitres produite quotidiennement. Le coût total en euros engendré par la production de x hectolitres de parfum est donné par l'expression $\text{C}(x)=2x^2+3200$.

1°) a) Déterminer le coût total dans le cas où l'entreprise produit 40 hectolitres par jour.
b) Quel est le montant des coûts (coûts qui ne dépendent pas de la quantité x produite) ?

2°) On suppose que toute la production journalière est vendue au prix unitaire de 808 € ('est-à-dire que chaque hectolitre produit est vendu 808 €).

a) Exprimer en fonction de x la recette quotidienne notée $R(x)$.
b) Démontrer que le bénéfice journalier est $\text{B}(x)=-2x^2+808x-3200$.
c) Démontrer que $\text{B}(x)=-2(x-202)^2+78408$.
d) Déterminer, par le calcul, les quantités à produire pour que le bénéfice réalisé par l'entreprise soit maximal.

3°) Pour financer la dépollution de l'eau utilisée par cette entreprise, l'état décide de prélever une taxe de 16 € par hectolitre produit.
Quelle est la nouvelle production qui maximise le bénéfice ?

19 On considère les deux algorithmes suivants :

Algorithme 1	Algorithme 2
Entrée :	**Entrée :**
Saisir x	Saisir x
Traitement :	**Traitement :**
y prend la valeur x^2	y prend la valeur $x+2$
z prend la valeur $y+2$	z prend la valeur y^2
Sortie :	**Sortie :**
Afficher z	Afficher z

Recopier ces deux algorithmes.

Dans chaque cas, l'algorithme permet de définir une fonction $f : x \mapsto z$.

Exprimer $f(x)$ en fonction de x.

20 On considère un jeu de boules comme le jeu de pétanque par exemple. Un joueur lance une boule et on s'intéresse ici à la trajectoire de la boule.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 2] par $f(x) = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$

où x est le temps écoulé, en secondes, à partir de l'instant où la boule quitte la main du lanceur et $f(x)$ représente, en mètres, la distance (verticale) séparant le sol de la boule après x secondes écoulées.

1°) Démontrer que $f(x) = \frac{25}{16} - \left(x - \frac{3}{4}\right)^2$.

2°) Dresser tableau complet des variations de la fonction f.
3°) Indiquer à quel instant la boule atteint sa hauteur maximale.
4°) Déterminer à quel instant la boule touche le sol.

21 On considère la fonction $f : x \mapsto 9 - (x+2)^2$ définie sur $\mathbb{R}$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) tel que $\text{OI} = \text{OJ} = 1 \text{ cm}$.

1°) Faire le tableau de variations de f.
Préciser les coordonnées du sommet S de $\mathcal{C}$.

2°) Développer et réduire $f(x)$.

3°) À l'aide de la calculatrice, dresser un tableau de valeurs de f sur l'intervalle $[-6 ; 2]$ avec un pas de 1.

4°) Tracer $\mathcal{C}$ sur un graphique. Placer le point S.

5°) Résoudre algébriquement les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = 6$.

6°) Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) < 5$.

Corrigé

1 1°) $f(x)=(x+1)^2-4$

x	-4	$-3,5$	-3	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2
$f(x)$	5	2,25	0	–1,75	–3	–3,75	–4	–3,75	–3	–1,75	0	2,25	5

4°) On résout l'équation $f(x)=x+1$.

Les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et D sont $\dfrac{-1-\sqrt{17}}{2}$ et $\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$.

4

Version 2

3°) a) 3°) a) Vérifier que $f(x)=(x+1)^2-5$.

On part de l'expression $(x+1)^2-5$.
On développe.
À la fin, on écrit qu'elle est égale à $f(x)$.

5

Version 2

4°)

$g(x)=2x-1$

5°)

a) $x^2=4$ $\quad x=2$ ou $x=-2$

9 1°) M $\left|\begin{array}{l} x_M=a \\ y_M=a^2 \end{array}\right.$ $\quad$ N $\left|\begin{array}{l} x_N=\dfrac{x_O+x_M}{2}=\dfrac{a}{2} \\ y_N=\dfrac{y_O+y_M}{2}=\dfrac{a^2}{2} \end{array}\right.$

2°) $2(x_N)^2=2\times\left(\dfrac{a}{2}\right)^2$

$=2\times\dfrac{a^2}{2^2}$

$=2\times\dfrac{a^2}{4}$

$=\dfrac{a^2}{2}$

$=y_N$

Donc N $\in \mathcal{C}$ '.

Rappel de cours :

f est une fonction.

M$(x, y) \in \mathcal{C}_f$ revient à dire que $\begin{cases} x\in D_f \\ \text{et} \\ y=f(x) \end{cases}$

19

1$^{\text{er}}$ cas : $f(x)=x^2+2$

2$^{\text{e}}$ cas : $f(x)=(x+2)^2$