

> Quelques outils mathématiques

2

JE REVOIS LA RÉCIPROQUE D'UNE PROPRIÉTÉ

Les propriétés* au collège sont souvent de la forme :

« **Si la partie 1 est vérifiée, alors la partie 2 est vérifiée** ».

EXEMPLE* :

On considère* la proposition* :

« **Si j'habite en Normandie, alors j'habite en France.** »

La Normandie étant une région de France, une personne habitant en Normandie, habite donc en France.

On dit que la proposition « **Si j'habite en Normandie, alors j'habite en France.** » est vraie.

Cette proposition est alors appelée **propriété**.

En inversant le sens de la proposition « **Si la partie 2 est vérifiée, alors la partie 1 est vérifiée.** », on en change complètement la signification.

Cette nouvelle proposition est appelée proposition **réci-proque**. Elle peut être **vraie** ou **fausse**.

EXEMPLE :

La proposition réciproque de « **Si j'habite en Normandie, alors j'habite en France.** »

est « **Si j'habite en France, alors j'habite en Normandie.** »

Cette nouvelle proposition est fausse. Une personne vivant en France, n'habite pas forcément en Normandie.

Cette proposition réciproque est fausse, ce n'est pas une propriété.

Pour les exercices 1 à 12 :

1) Préciser si la proposition énoncée est vraie ou fausse. Expliquer* la réponse.

2) a) Énoncer la proposition réciproque.

b) Préciser si cette proposition réciproque est vraie ou fausse. Expliquer la réponse.

1 « **Si j'habite à Londres, alors j'habite en Angleterre.** »

2 « **Si je prends mon parapluie, alors il pleut.** »

3 « **Si je suis en classe de 4^e, alors je suis collégien.** »

4 « **Si j'ai moins de 18 ans, alors je suis mineur.** »

5 « **Si je suis fils unique, alors je n'ai pas de frère.** »

6 « **Si un nombre entier est pair, alors ce nombre est un multiple de 2.** »

7 « **Si un nombre entier se termine par 0, 3, 6 ou 9, alors ce nombre est un multiple de 3.** »

8 « **Si un nombre entier est divisible par 10, alors ce nombre est divisible par 2.** »

9 « **Si je suis un parallélogramme, alors mes diagonales se coupent en leur milieu.** »

10 « **Si je suis un losange, alors mes diagonales sont perpendiculaires.** »

11 « **Si je suis un carré, alors je suis un rectangle.** »

12 « **Si $AI = IB$, alors le point I est le milieu du segment $[AB]$.** »

On considère la proposition* :

« Si la partie 1 est vérifiée, alors la partie 2 est vérifiée ».

La proposition

« Si la partie 2 n'est pas vérifiée, alors la partie 1 n'est pas vérifiée. »

est appelée la **contraposée** de la proposition initiale.

■ EXEMPLE* :

La proposition contraposée de « Si j'habite en Normandie, alors j'habite en France. »

est « Si je n'habite pas en France, alors je n'habite pas en Normandie. »

Une personne ne vivant pas en France, ne peut pas habiter en Normandie.

Donc cette contraposée est vraie.

13 On considère* la proposition suivante :

« Si j'ai moins de 18 ans, alors je suis mineur. »

- 1) Cette proposition est-elle vraie ? Expliquer* la réponse.
- 2) Énoncer la proposition réciproque. Est-elle vraie ? Expliquer la réponse.
- 3) Énoncer la contraposée de cette proposition. Est-elle vraie ? Expliquer la réponse.

14 On considère la proposition suivante :

« Si un nombre entier est divisible par 10, alors il est divisible par 2. »

- 1) Cette proposition est-elle vraie ? Expliquer la réponse.
- 2) Énoncer la proposition réciproque. Est-elle vraie ? Expliquer la réponse.
- 3) Énoncer la contraposée de cette proposition. Est-elle vraie ? Expliquer la réponse.

15 On considère la proposition suivante :

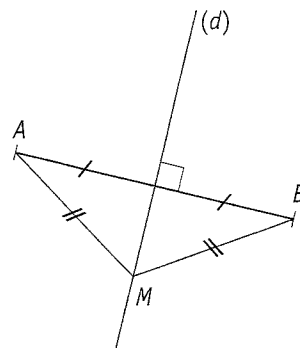
« Si deux droites sont perpendiculaires, alors elles sont sécantes. »

- 1) Cette proposition est-elle vraie ? Expliquer la réponse.
- 2) Énoncer la proposition réciproque. Est-elle vraie ? Expliquer la réponse.
- 3) a) Énoncer la contraposée de cette proposition.
b) Démontrer que cette contraposée est vraie.

16 On considère la proposition suivante :

« Si $AM = MB$, alors le point M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$. »

- 1) Cette proposition est-elle vraie ?
- 2) Énoncer la proposition réciproque. Est-elle vraie ?
- 3) a) Énoncer la contraposée de cette proposition. Est-elle vraie ?
b) Recopier et compléter :
« Si $AM = MB$ alors le point M appartiendrait à ... du segment $[AB]$. Or le point M ... pas à la médiatrice du segment $[AB]$, donc AM ... MB . »



- La réciproque d'une propriété* peut être vraie ou fausse.
- La contraposée d'une propriété est toujours vraie.

5 JE PROUVE À L'AIDE D'UN CONTRE-EXEMPLE

On considère* une proposition* du type :

« Si **partie 1**, alors **partie 2** »

→ Pour prouver* qu'une proposition est vraie, il faut **faire une démonstration***

→ Pour prouver qu'une proposition est fausse, il suffit de trouver **un exemple*** pour lequel elle est fausse. Un tel exemple est appelé **contre-exemple**.

■ EXEMPLE :

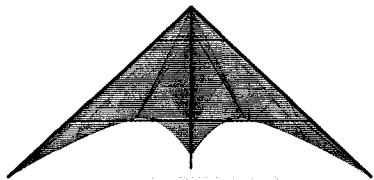
On considère la proposition « Si un nombre est un multiple de 3, alors il se termine par 3. »

Par exemple, 12 est un multiple de 3 et 12 ne se termine pas par 3.

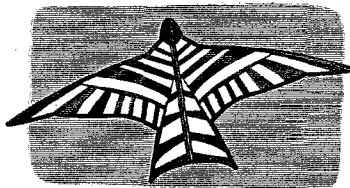
Donc, cette proposition est fausse.

12 est un contre-exemple pour cette proposition.

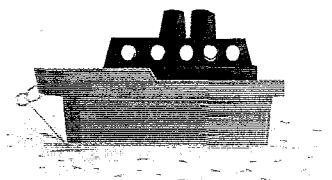
19 Corentin est passionné de cerfs-volants. Il s'est rendu au « Festival du vent » et a réalisé les neuf dessins ci-dessous. On considère la proposition : « Si l'objet dessiné est un cerf-volant, alors il possède un axe de symétrie ». Cette proposition est-elle vraie ou fausse? Justifier la réponse.



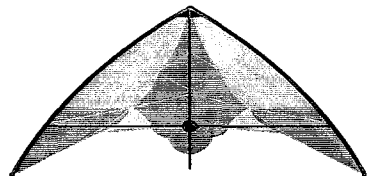
Dessin 1



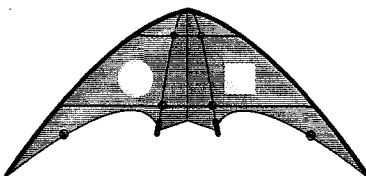
Dessin 2



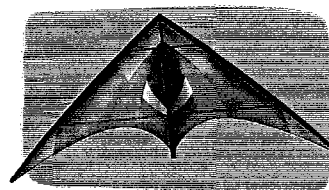
Dessin 3



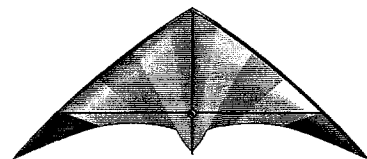
Dessin 4



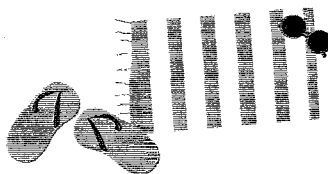
Dessin 5



Dessin 6



Dessin 7



Dessin 8



Dessin 9

20 Prouver que chaque proposition est fausse en donnant un contre-exemple.

a) Si un nombre est un multiple de 3, alors ce nombre est un multiple de 6.

b) Si un triangle possède un angle de 60° , alors ce triangle est équilatéral.

c) a, b, c et d sont quatre nombres relatifs avec b et d non nuls.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a = c$ et $b = d$.

d) Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs de la même longueur, alors ce parallélogramme est un carré

e) Si $AI = BI$, alors le point I est le milieu du segment [AB].

> Quelques outils mathématiques

6 JE DÉCOUVRE DES SYMBOLES DE COMPARAISON

Voici un extrait du règlement d'un examen universitaire. Les notes sont sur 20.

Article 1	Les candidats ayant une note inférieure ou égale à 7 sont recalés .
Article 2	Les candidats n'ayant pas la moyenne mais ayant plus de 7 doivent passer un oral de rattrapage.
Article 3	Les candidats ayant une note supérieure ou égale à 10 sont reçus et obtiennent une mention (voir les articles 4 à 7).
Article 4	Les candidats ayant une note comprise entre 10 et 12 obtiennent la mention passable .
Article 5	Les candidats ayant 12 ou une note comprise entre 12 et 14 obtiennent la mention assez bien .
Article 6	Les candidats ayant 14 ou une note comprise entre 14 et 16 obtiennent la mention bien .
Article 7	Les candidats ayant 16 ou plus obtiennent la mention très bien .

21 Les résultats de 20 candidats sont affichés ci-dessous :

Alexandre	18	Charlie	13,5	Jérôme	16	Rachel	10,5
Anais	9,5	Christophe	17,5	Jordan	5,5	Sandrine	11,5
Anne-Hélène	13	Claire	12	Marc	15,5	Stéphane	10
Bernard	16	Davy	12	Mona	14	Susanna	7
Bobby	8,5	Fred	11,5	Myriam	6	Yasmina	15,5

- 1) Donner la liste des candidats recalés à cet examen.
- 2) Donner la liste des candidats devant passer l'oral de rattrapage.
- 3) Pour chacun des candidats reçus, préciser la mention qu'il a obtenue.

22 On désigne* par x la note obtenue par un candidat.

L'article 5 du règlement peut se traduire ainsi :

« Si $x = 12$ ou $12 < x < 14$, alors le candidat est reçu avec mention **assez bien**. »

Traduire chacun des six autres articles du règlement en s'inspirant du modèle ci-dessus.

Nouvelle notation : Pour exprimer qu'une note est **inférieure ou égale** à une valeur, on utilisera le nouveau symbole \leq .

■ EXEMPLE* :

... L'expression « $x < 7$ ou $x = 7$ » s'écrit plus simplement « $x \leq 7$ ».

23 On désigne par x la note obtenue par un candidat.

L'article 5 du règlement peut se traduire ainsi :

« Si $12 \leq x < 14$, alors le candidat est reçu avec mention **assez bien**. »

Traduire chacun des six autres articles du règlement en s'inspirant du modèle ci-dessus.

*J'ai dû imaginer
un autre symbole pour traduire
les articles 3 et 7.*

