1ère L Option — Les équations à une inconnue

Objectif : revoir et consolider les méthodes de 2e

I. Equations du premier degré

1°) Exemple

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $5(x-1)+2=3x-(x-7)$.

$5x\underbrace{-5+2}=\underbrace{3x-x}+7$

$5x-3=2x+7$
$\underbrace{5x-2x}=7+3$

$3x=10$
$x=\frac{10}{3}$

Réponse

Il y a 2 façons différentes au choix.

1ère possibilité :

La solution de l'équation est $\frac{10}{3}$.

2e possibilité :

$S=\left\{\frac{10}{3}\right\}$

2°) Méthode générale

- ⋆ **On constate que l'équation est du 1er degré.**
- ⋆ **On développe et on simplifie chaque membre.**
- ⋆ **On regroupe**
  « tous les *x* avec les *x* à gauche »
  « tous les nombres avec les nombres » à droite.
- ⋆ **On calcule *x*.**
- ⋆ **On écrit la réponse.**

II. Equations de degré supérieur ou égal à 2

1°) Exemple 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(3x-1)(2x+5)=0$.

$3x-1=0$ ou $2x+5=0$
$3x=1$ ou $2x=-5$
$x=\frac{1}{3}$ ou $x=-\frac{5}{2}$

Réponse

1ère possibilité :

Les solutions de l'équation sont $\frac{1}{3}$ et $-\frac{5}{2}$.

2e possibilité :

$S=\left\{\frac{1}{3};-\frac{5}{2}\right\}$

L'ordre n'a pas d'importance.

2°) Exemple 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(x-3)(4x+1)=(x-3)(x-5)$.

$\underbrace{(x-3)}(4x+1)-\underbrace{(x-3)}(x-5)=0$
$\underbrace{(x-3)}\left[(4x+1)-(x-5)\right]=0$

$(x-3)(4x+1-x+5)=0$
$(x-3)(3x+6)=0$
$x-3=0$ ou $3x+6=0$
$x=3$ ou $3x=-6$
$x=3$ ou $x=-2$

Réponse

1ère possibilité :

Les solutions de l'équation sont 3 et –2.

2e possibilité :

$S=\{3;-2\}$

3°) Exemple 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(x+1)^2 = 4$.

$(x+1)^2 - 4 = 0$
$(x+1)^2 - 2^2 = 0$
$(x+1-2)(x+1+2) = 0$
$(x-1)(x+3) = 0$
$x-1=0$ ou $x+3=0$
$x=1$ ou $x=-3$

Réponse

1ère possibilité :

Les solutions de l'équation sont 1 et –3.

2e possibilité :

$S = \{1; -3\}$

4°) Méthode générale

⋆ On constate que l'équation est de degré supérieur ou égal à 2.
⋆ On regroupe tout dans le membre de gauche (« on fait tout passer à gauche »).
⋆ On factorise le membre de gauche.
⋆ On achève la résolution.

5°) Remarque

Lorsque la méthode générale ne s'applique pas, on développe tout.

III. <u>Equations avec dénominateurs</u>

1°) Exemple 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{x-1}{2} + \frac{x+7}{3} = 5x$.

$\frac{3x-3}{6} + \frac{2x+14}{6} = \frac{30x}{6}$
$5x+11 = 30x$
$5x-30x = -11$
$-25x = -11$
$x = \frac{11}{25}$

Réponse

1ère possibilité :

Les solutions de l'équation sont $\frac{11}{25}$.

2e possibilité :

$S = \left\{\frac{11}{25}\right\}$

2°) Exemple 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{3x+1}{x-4} = 2$.

Valeur interdite :

Il faut que $x-4 \neq 0$
$x \neq 4$

4 est valeur interdite de l'équation.

On résout l'équation pour $x \neq 4$ ou dans $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.

$\frac{3x+1}{\cancel{x-4}} = \frac{2(x-4)}{\cancel{x-4}}$
$3x+1 = 2x-8$
$3x+1 = 2x-8$
$3x-2x = -8-1$
$x = -9$

–9 n'est pas valeur interdite.

Réponse

1ère possibilité :

La solution de l'équation sont – 9.

2e possibilité :

$S = \{-9\}$

2°) Méthode générale

⋆ **Lorsque l'inconnue figure au dénominateur, on cherche la ou les valeurs interdites.**
⋆ **On « met » tous les termes au même dénominateur.**
⋆ **On résout.**
⋆ **On regarde si les solutions trouvées sont ou non valeurs interdites.**
⋆ **On écrit la réponse.**

IV. <u>Les équations-pièges</u>

1°) Exemple 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $3(x+1)=5x-(2x-4)$.

$3x+3=\underbrace{5x-2x}+4$

$3x+3=3x+4$
$3x-3x=4-3$
$0x=1$
$0=1$

Impossible

Réponse

1ère possibilité :

L'équation n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$.

2e possibilité :

$S=\varnothing$

2°) Exemple 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2=3$.

$x=\sqrt{3}$ ou $x=-\sqrt{3}$

Réponse

1ère possibilité :

Les solutions de l'équation sont $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$.

2e possibilité :

$S=\left\{\sqrt{3}\,;-\sqrt{3}\right\}$

3°) Exemple 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2=-5$.
Impossible car un carré n'est jamais négatif.

Réponse

1ère possibilité :

L'équation n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$.

2e possibilité :

$S=\varnothing$

4°) Exemple 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $3x-2(x+1)=6-(x+8)$.

$\underbrace{3x-2x}-2=6-x-8$

$x-2=-x-2$
$x+x=2-2$
$2x=0$
$x=\dfrac{0}{2}$
$x=0$

Réponse

La solution de l'équation est 0.

ou

$S=\{0\}$

V. Résolution de problèmes concrets

On doit toujours respecter les 4 étapes obligatoires en écrivant les titres.

⋆ **Choix de l'inconnue**

Soit x le poids de pommes de terre.

⋆ **Mise en équation + condition sur x**

x positif ou nul ;
x entier naturel.

⋆ **Résolution de l'équation + condition sur x**

On ne doit pas écrire l'ensemble des solutions.

⋆ **Réponse finale**

Ne pas parler de x dans la conclusion.
Réponse au problème posé par une phrase.

⋆ **Vérification facultative (sauf si l'énoncé le demande).**

+ contrôle de la solution.