

1 On choisit un réel au hasard de $[0 ; 1]$.

Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre compris (au sens large) entre $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{6}$?

2 Tout le personnel d'une entreprise a un trajet domicile-entreprise d'une durée inférieure ou égale à une heure. On suppose que la durée exacte du trajet, exprimée en heures, est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 1]$.

On interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise.

Quelle est la probabilité pour que cette personne interrogée ait une durée de transport comprise entre 15 minutes et 20 minutes ?

Donner la valeur exacte sous forme d'une fraction.

3 Soit X une variable aléatoire définie sur un univers (Ω, P) qui suit la loi uniforme sur $[0 ; 1]$.

1°) Calculer $P(0,3 \leq X \leq 0,9)$.

2°) Calculer $P(0,1 \leq X \leq 0,3 / 0,2 \leq X \leq 0,5)$.

Corrigé

1 L'expérience aléatoire peut être modélisée par la loi de probabilité P uniforme sur $[0 ; 1]$.

$$P\left(\left[\frac{1}{8}; \frac{1}{6}\right]\right) = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$$

La probabilité d'obtenir un nombre compris entre $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{6}$ au sens large est égale à $\frac{1}{24}$.

2 Soit X la durée du trajet en heures.

D'après l'énoncé, X suit la loi uniforme sur $[0 ; 1]$.

$$15 \text{ min} = \frac{1}{4} \text{ h}$$

$$20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ h}$$

$$P\left(X \in \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right]\right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

La probabilité pour que la personne interrogée ait une durée de transport comprise entre 15 minutes et 20 minutes est égale à $\frac{1}{12}$.

3 1°) $P(0,3 \leq X \leq 0,9) = P_X([0,3 ; 0,9]) = 0,9 - 0,3 = 0,6$

2°) $P(0,1 \leq X \leq 0,3 / 0,2 \leq X \leq 0,5) = \frac{P((0,1 \leq X \leq 0,3) \cap (0,2 \leq X \leq 0,5))}{P(0,2 \leq X \leq 0,5)} = \frac{P(0,2 \leq X \leq 0,3)}{P(0,2 \leq X \leq 0,5)} = \frac{0,3 - 0,2}{0,5 - 0,2} = \frac{1}{3}$

On utilise la définition d'une probabilité conditionnelle $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.