par Hervé Lehning

L'énigme de Samos

Comme bien d'autres ensuite, le tunnel de Samos fut creusé par deux équipes indépendantes, chacune partant de son côté. Quand on sait que cela s'est passé six siècles avant Jésus-Christ, on est en droit de se poser la question : mais comment ont-ils fait ?

L'île de Samos.

Le tunnel de Samos dont parle Hérodote dans *Histoires* est le second à avoir été creusé par les deux extrémités simultanément et, même si on ne sait pas comment Eupalinos en fit les plans, on sait qu'ils ne doivent rien au hasard. Ce tunnel est un aqueduc souterrain qui permettait de ravitailler Samos en eau sans que cet approvisionnement puisse être coupé facilement en cas de siège de la ville. Il traverse un petit mont (aujourd'hui appelé mont Kastro) sous l'Acropole de Samos. Dans son ouvrage *La dioptre*, Héron d'Alexandrie, mathématicien grec du Ier siècle après Jésus-Christ, a décrit une méthode plausible pour réaliser l'exploit d'Eupalinos (voir l'encadré *Les arpentages de Héron*). La plupart des historiens qui se sont penchés ensuite sur la question en on déduit que ce dernier aurait anticipé les instruments et les mathématiques inventés plusieurs siècles après sa mort. Est-ce vraisemblable ? Pourquoi les aurait-on oubliés ensuite ? Et d'ailleurs, pourquoi faire des hypothèses inutiles ? Il est plus raisonnable d'imaginer des méthodes compatibles avec les mathématiques et les instruments connus de l'époque. Ce sont ces méthodes que nous allons essayer de vous décrire.

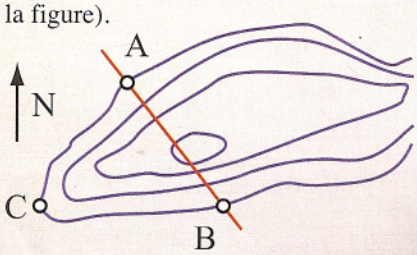
On voit à Samos une montagne de cent cinquante orgyies de haut. On a percé cette montagne par le pied, et l'on y a pratiqué un chemin qui a deux bouches en ouvertures. Ce chemin a sept stades de longueur sur huit pieds de hauteur et autant de largeur. Le long de ce chemin, on a creusé un canal qui traverse toute cette montagne. Il a vingt coudées de profondeur sur trois pieds de largeur. Il conduit à la ville, par des tuyaux, l'eau d'une grande fontaine. L'architecte qui a entrepris cet ouvrage était de Mégare et s'appelait Eupalinos, fils de Naustrophus.

Histoires (3, 60), Hérodote.

L'horizontale se détermine sans grande théorie mathématique.

Garder l'horizontale

De la source captée jusqu'à l'entrée du tunnel, l'eau suit des conduites extérieures, quoique enterrées. On peut donc imaginer que, dans un premier temps, l'aqueduc allait ainsi jusqu'à la sortie du tunnel en suivant grossièrement les lignes de niveaux du terrain. La topographie le permettrait, comme le montre la carte du lieu (voir la figure).



Lignes de niveaux aux alentours du tunnel de Samos (entrée en A, sortie en B). Il est possible de contourner la montagne par l'ouest (voir l'orientation sur le dessin) en restant à niveau (ligne ACB). Le trajet fait alors environ 2 200 mètres (le double du trajet direct AB).

Mais cette hypothèse est difficile à soutenir car aucun vestige d'un tel ouvrage ne nous est parvenu. De plus, le tunnel est quasiment horizontal, seul le canal qui le longe a une déclivité de six mètres sur un peu plus d'un kilomètre. L'hypothèse d'un aqueduc extérieur donne cependant une première approche du problème, naturelle pour un constructeur d'aqueducs. Pour

déterminer l'entrée et la sortie, il s'agit de se déplacer à l'horizontale au flanc de la montagne, pour rejoindre un point duquel l'aqueduc peut continuer.

Des preuves archéologiques montrent que les Samiens disposaient d'instruments pour déterminer l'horizontale. Le principe en est simple. Il s'agit de longues gouttières en terre cuite dans lesquelles on verse de l'eau. L'horizontale est obtenue quand l'eau ne s'écoule pas. De même, ils utilisaient des fils à plomb, ce qui permet de déterminer la verticale. On peut imaginer suivre l'horizontale ainsi en plantant des pieux dont les sommets restent au même niveau. Si le niveau mesure deux mètres de long, et que l'incertitude est inférieure au millimètre pour chaque pieu, nous obtenons une incertitude totale de 1,10 m. L'erreur effective à la jonction des deux branches du tunnel étant de 60 centimètres, l'utilisation de cette méthode est vraisemblable. Cependant, elle exige de planter 1 100 pieux. On peut la simplifier de ce point de vue en utilisant des visées oculaires permettant d'espacer les pieux.

Pour cela, on plante deux pieux à 10 mètres l'un de l'autre environ, dont les sommets sont à l'horizontale, et on les aligne avec un pieu à cent mètres environ, tenu par un assistant. Ceci permet de passer à un total d'une cinquantaine de pieux (deux tous les 100 mètres environ).

Visée pour maintenir l'horizontale. Les pieux A et B sont alignés grâce à un niveau à eau. Si l'erreur entre les deux est limitée à 2 millimètres, celle entre A et C sera limitée à 2 centimètres. La capacité de l'œil humain rend insensible l'erreur due à l'acuité visuelle.

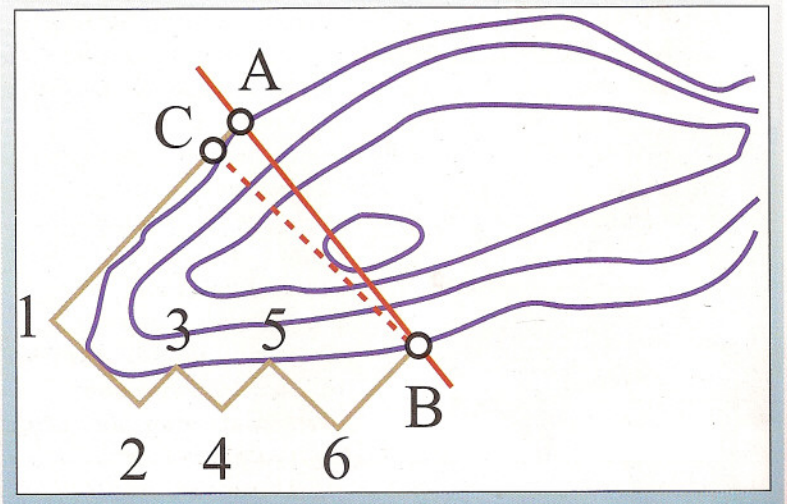
L'œil humain a une capacité de résolution d'environ 0,5 minute (1/120 degré). Avec un viseur, sur cent mètres, nous pouvons espérer une incertitude inférieure à 2 centimètres. Sur une distance de 2 200 mètres, cela donne une incertitude totale de 44 centimètres, ce qui est compatible avec l'erreur effective de 60 centimètres.

Bien viser la direction à prendre

Voilà donc pour l'horizontale. Mais comment déterminer la direction dans laquelle le tunnel doit être percé ? Une idée simple tient à la topographie du terrain. Il s'en faut de peu que l'on puisse voir les deux extrémités du tunnel du haut de l'Acropole. Dans ce cas, il aurait suffi d'y disposer trois pieux alignés et, par approximations successives, de les aligner à des pieux plantés aux extrémités du tunnel à construire. L'opération est semblable à la précédente, sans mise à niveau.

Tunnel de Samos. Au sol, on distingue le canal (aujourd'hui couvert d'un grillage par précaution) qui fut sa raison d'être.

Les arpentages de Héron



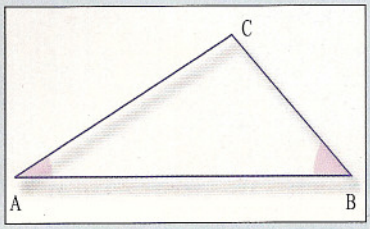
La méthode de Héron consiste à partir de l'entrée A du tunnel dans une direction à plat puis à bifurquer à angle droit et ainsi de suite jusqu'à la sortie B du tunnel. Nous obtenons une suite de points au même niveau (1 à 6 sur la figure). Ils permettent de placer le point C tel que ABC soit rectangle en ce point. Celui-ci permet de déterminer la direction dans laquelle il faut creuser ainsi que la longueur du tunnel.

Dans son traité* La dioptre, *Héron décrit des procédures élémentaires d'arpentage qu'il combine ensuite pour résoudre des questions complexes, un procédé qui évoque* Les éléments d'Euclide. *Héron est plus mathématicien qu'ingénieur. Il propose une solution au problème d'Eupalinos fondée sur la géométrie du triangle rectangle (voir la légende de l'illustration). Néanmoins, la faible précision de son instrument de visée (la dioptre) rend peu probable l'utilisation de cette méthode. Elle aurait induit une trop grande marge d'erreur.

Les triangles du Gothard

« Le tunnel est une crypte creusée sous la montagne pour rendre hommage à la liturgie de notre temps : Technologie Mobilité Vitesse. »
Le tunnel du Gothard, *Alberto Nessi*

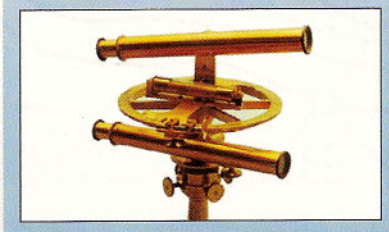
À l'époque moderne (XIXe siècle, début du XXe), la technique pour déterminer l'axe d'un tunnel repose sur la géométrie du triangle. La longueur d'un côté étant connue, celles des deux autres s'en déduit à travers la mesure des angles adjacents.



La connaissance de la longueur AB et des angles en A et B détermine entièrement le triangle ABC. Plus précisément, le côté BC est égal à AB multiplié par le rapport des sinus des angles A et A + B. De même, le côté CA est AB multiplié par le rapport des sinus de B et A + B.

Borne géodésique en montagne.

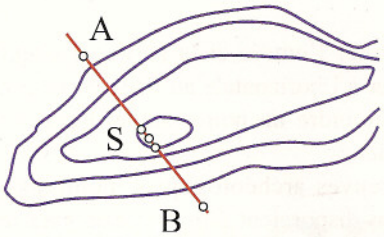
Un réseau de triangles est donc créé de façon que l'une des longueurs soit parfaitement connue. Les sommets sont matérialisés par des bornes géodésiques inamovibles. Les randonneurs ont l'habitude de rencontrer ces bornes dans des lieux dégagés et visibles de loin, comme les sommets de moyenne montagne. Si le réseau est assez important, il s'adapte à la localisation en trois dimensions. Les plans des grands tunnels du XIXe siècle ont été dessinés ainsi. Par exemple, celui du Gothard a utilisé un réseau de onze triangles dont certains sommets sont situés en haute montagne.



Le théodolite est un instrument de visée permettant de mesurer des angles. Il doit son nom à Leonard Digges (1520–1559), l'inventeur du télescope, mais le premier véritable théodolite moderne est dû à Jesse Ramsden (1735–1800). L'invention est également parfois attribuée à Thomas Digges, fils de Leonard, qui publia certains travaux de son père après sa mort.

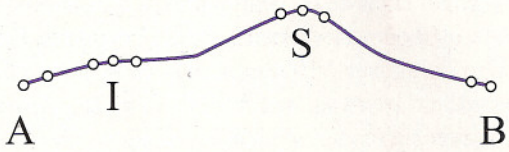
L'ignorance assistée par ordinateur

Un site célèbre du savoir sur Internet, que nous ne nommerons pas mais que d'aucuns copient à l'envie, considère l'étymologie du mot « théodolite » comme mystérieuse et incertaine car « theos » signifie « dieu ». Certes, rien de plus exact, mais « thea » signifie aussi « action de regarder » et donc de viser. Le mot « théâtre » a la même origine. Le théodolite est donc un instrument de visée. Les termes « odelos » (ou « obelos »), dont dérive « obélisque », et « itus » qui signifie « circonférence » permettent de comprendre l'origine complète du terme, qui n'est donc mystérieuse que pour ceux qui ignorent le grec.



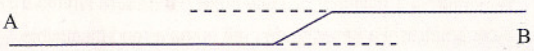
Si le sommet S est visible des extrémités A et B, il suffit d'aligner cinq pieux, trois en S, un en A et un en B pour déterminer la direction (AB). Cette opération peut être faite par essais successifs.

En fait, la topographie du terrain ne permet pas d'adopter exactement cette solution. On peut malgré tout essayer de l'appliquer, soit en surélevant le sommet au moyen d'une tour de dix mètres environ, soit en plantant des pieux intermédiaires. Une station supplémentaire, éventuellement légèrement surélevée, suffit pour réaliser un alignement visible de proche en proche.



En disposant des relais (comme I) entre les extrémités A et B et le sommet, il est possible de réaliser un alignement de pieux entre A et B. On vérifie cet alignement comme précédemment, de proche en proche.

Cela fait, les deux pieux à chaque extrémité donnent la direction à suivre. Il est facile de la conserver ensuite. Cependant, pour être sûr de se rencontrer, le mieux est d'obliquer légèrement un peu avant le milieu des travaux car deux droites non parallèles horizontales se rencontrent toujours.



En perçant en oblique, les deux tunnels se croiseront forcément, s'ils restent dans le même plan.

L'une des branches du tunnel effectivement construit par Eupalinos présente des portions en zigzags montrant que l'architecte n'était pas certain de ses mesures et voulait éviter de manquer le deuxième tronçon qui, lui, reste rectiligne.

La longueur du tunnel

Un dernier problème, même s'il est accessoire, est celui de la longueur du tunnel. Bien qu'il vaille mieux la connaître pour savoir quand obliquer pour être sûr de la rencontre, mais il suffit en fait d'en avoir une approximation grossière. Une fois le tunnel construit, on peut la calculer de façon plus précise et en déduire la pente à donner au canal. Finalement, sa profondeur varie de trois à neuf mètres pour assurer un flux constant.

H.L.