TS2

Interrogation écrite du lundi 4 février 2008 (20 minutes)

Note : …………..

Prénom et nom : ……………………………….

La calculatrice est autorisée ainsi qu'un brouillon. Répondre lisiblement et <u>sans ratures</u>.

I. (5 points) QCM sur les nombres complexes

Pour chaque question, trois réponses sont proposées ; une seule est juste.
Indiquer la réponse choisie par une lettre dans la dernière colonne.
Barème : Chaque réponse juste rapporte 1 point ; chaque réponse fausse enlève 0,5 point. L'absence de réponse à une question ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
Si z est un nombre complexe, alors $\mathrm{Re}(\mathrm{i}z)$ est égal à :	$\mathrm{i}\,\mathrm{Re}(z)$	$\mathrm{Im}(z)$	$-\mathrm{Im}(z)$	
La forme algébrique du nombre complexe $(1+\mathrm{i})^2(2-3\mathrm{i})$ est :	$6-4\mathrm{i}$	$6+4\mathrm{i}$	$-6-4\mathrm{i}$	
Si z est un nombre complexe non réel, alors le conjugué de $1+\mathrm{i}z$ est égal à :	$1-\mathrm{i}z$	$-1-\mathrm{i}z$	$1-\mathrm{i}\bar{z}$	
L'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2-2z+2=0$ est :	$S=\{1-\mathrm{i}\,;1+\mathrm{i}\}$	$S=\{-1\}$	$S=\varnothing$	
Le nombre $\dfrac{2}{\mathrm{i}-1}$ est égal à :	$1+\mathrm{i}$	$1-\mathrm{i}$	$-1-\mathrm{i}$	

II. (2 points) Questions de cours sur les suites

1°) Compléter l'énoncé de la propriété du point fixe.

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ (non vide et non réduit à un singleton) telle que $f(I)\subset I$.
Soit (u_n) une suite définie par son premier terme $u_0\in I$ et la relation de récurrence $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_{n+1}=f(u_n)$.

Si (u_n) converge vers une limite $\ell\in I$ et si f est continue sur I, alors ℓ vérifie l'égalité ………………….....

2°) Compléter la définition ci-dessous.

On dit que (u_n) tend vers $+\infty$ pour exprimer que ………………………………………………………………

……

3°) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ à valeurs dans $\mathbb{R}$. Soit (u_n) la suite définie par $u_n = f(n)$.

a) Que peut-on dire du sens de variation de la suite (u_n) si la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}_+$?

………

b) Que peut-on dire de la limite de (u_n) si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ell$, où ℓ est un réel fixé ?

………

III. (1 point) Soit n un entier naturel quelconque.

Donner une expression simplifiée de la somme $S = \sum\limits_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} \times 2^k$. Détailler les calculs.

………………………………………………………… | …………………………………………………………
………………………………………………………… | …………………………………………………………
………………………………………………………… | …………………………………………………………
………………………………………………………… | …………………………………………………………
………………………………………………………… | …………………………………………………………
………………………………………………………… | …………………………………………………………
………………………………………………………… | …………………………………………………………
………………………………………………………… | …………………………………………………………

IV. (2 points) On complètera directement la colonne de droite sans justifier ni donner le détail des calculs.

On tire 5 cartes simultanément dans un jeu de 32 cartes. Déterminer le nombre de tirages possibles

comprenant exactement un roi	
comprenant au moins un roi	
comprenant au plus un roi	
comprenant exactement deux rois	

Corrigé de l'interrogation écrite du 4-2-2008

III.

$n \in \mathbb{N}$

$$S = \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} \times 2^k$$

$$= \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} \times 2^k \times 1^{n-k}$$

$$= (2+1)^n \quad \text{(formule du binôme de Newton)}$$

$$= 3^n$$

IV.

comprenant exactement un roi	$\binom{4}{1} \times \binom{32}{4}$
comprenant au moins un roi	$\binom{32}{5} - \binom{28}{5}$
comprenant au plus un roi	$\binom{28}{5} + \binom{4}{1} \times \binom{28}{4}$
comprenant exactement deux rois	$\binom{4}{2} \times \binom{28}{3}$