Prénom : ……………… Nom :………………………………… Note : …… /20

1$^{\text{ère}}$ S3

Interrogation écrite du vendredi 11 décembre 2009 (20 minutes)

I. (2 points) Exprimer en fonction de cos *x* ou sin *x* les nombres suivants.

$\cos(3\pi+x)$	$\sin(-x-\pi)$	$\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$	$\sin(11\pi-x)$
………………..	………………..	………………..	………………..

II. (1,5 point) On pose $\theta=\frac{23\pi}{4}$. Compléter le tableau ci-dessous

$\cos\theta=$	$\sin\theta=$	$\tan\theta=$ ....

III. (0,5 point) Soit *t* le réel de l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ tel que $\sin t=-\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Donner la valeur de cos *t* (calculs au brouillon).

$\cos t=$ ....

IV. (3 points) Le plan orienté est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On considère un point A distinct de O admettant pour coordonnées polaires $(\rho\ ;\theta)$.

Soit B le symétrique de A par rapport à l'axe (O*x*), C le symétrique de A par rapport au point O et D le point tel que OAD soit un triangle équilatéral direct.

Donner, en fonction de ρ et θ, un **système de coordonnées polaires** de B, C et D (on ne demande pas les coordonnées cartésiennes).

B	**C**	**D**
………………..	………………..	………………..

V. (1 point) Soit *x* un réel quelconque. On pose : $A(x)=3\cos^2 x+1-\sin^2 x+\cos x$.

Démontrer que : $A(x)=\cos x(4\cos x+1)$.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

VI. (2 points) Soit *x* un réel quelconque.

1°) Démontrer que : $\sin x\times\cos^2 x+\sin^3 x=\sin x$. 2°) Démontrer que : $\sin x-\cos^2 x\times\sin x=\sin^3 x$.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Bonus : Vrai ou faux ? Justifier. Pour tout réel *x*, on a : $\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$.

1^ère^ S3

Corrigé de l'interrogation écrite du 11 décembre 2009

I.

$\cos(3\pi+x)$	$\sin(-x-\pi)$	$\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$	$\sin(11\pi-x)$
$-\cos x$	$\sin x$	$\sin x$	$\sin x$

Explications :

$\cos(3\pi+x)=\cos(2\pi+\pi+x)=\cos(\pi+x)=-\cos x$

$\sin(-x-\pi)=\sin[-(x+\pi)]=-\sin(x+\pi)=-(-\sin x)=\sin x$

$\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left[-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right]=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

$\sin(11\pi-x)=\sin(10\pi+\pi-x)=\sin(\pi-x)=\sin x$

II. $\theta=\frac{23\pi}{4}$

$\theta=6\pi-\frac{\pi}{4}$

$\cos\theta=\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sin\theta=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-\sin\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=-1$

III. t est le réel de l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ tel que $\sin t=-\frac{2}{\sqrt{5}}$.

$$\cos t=-\frac{1}{\sqrt{5}}$$

Explication :

D'après la relation fondamentale, on a : $\cos^2 t=1-\sin^2 t$

Donc : $\cos^2 t=1-\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$

$\cos^2 t=1-\frac{4}{5}$

$\cos^2 t=\frac{1}{5}$

Or $t\in\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ d'où $\cos t\leq 0$.

Donc : $\cos t=-\frac{1}{\sqrt{5}}$

IV.

B	C	D
$(\rho\ ;\ -\theta)$	$(\rho\ ;\ \theta+\pi)$ ou $(\rho\ ;\ \theta-\pi)$	$\left(\rho\ ;\ \theta+\frac{\pi}{3}\right)$

Explications :

Faire une figure.

B = $S_{(Ox)}$(A) donc OB = OA = ρ et $(\vec{i},\overrightarrow{OB})=-(\vec{i},\overrightarrow{OA})=-\theta$.

C = S_O(A) donc OC = OA = ρ et $(\vec{i},\overrightarrow{OC})=(\vec{i},-\overrightarrow{OA})=(\vec{i},\overrightarrow{OA})+\pi=\theta+\pi$.

OAD est un triangle équilatéral direct donc OD = OA = ρ et $(\vec{i},\overrightarrow{OD})=(\vec{i},\overrightarrow{OA})+(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD})=\theta+\frac{\pi}{3}$.

V. $A(x)=3\cos^2 x+1-\sin^2 x+\cos x$.

Démontrons que : $A(x)=\cos x(4\cos x+1)$.

$A(x)=3\cos^2 x+1-\sin^2 x+\cos x$

$A(x)=3\cos^2 x+\cos^2 x+\cos x$

$A(x)=4\cos^2 x+\cos x$

$A(x)=\cos x(4\cos x+1)$

VI.

1°) Démontrons que : $\sin x\times\cos^2 x+\sin^3 x=\sin x$.

$\sin x\times\cos^2 x+\sin^3 x=\sin x\times(\cos^2 x+\sin^2 x)$

$=\sin x\times 1$

$=\sin x$

2°) Démontrons que : $\sin x-\cos^2 x\times\sin x=\sin^3 x$.

$\sin x-\cos^2 x\times\sin x=\sin x\times(1-\cos^2 x)$

$=\sin x\times\sin^2 x$

$=\sin^3 x$

Bonus : Vrai. Pour tout réel x, on a : $\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$.

Justification :

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}-x\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$$