Prénom : ……………… Nom :………………………………… Note : …… /20

$1^{ère}$ S2 **Interrogation écrite du jeudi 18 décembre 2008 (20 minutes)**

La calculatrice n'est pas autorisée.

I. (2 points) Compléter les égalités ci-dessous (valeur exactes).

$\cos(203\pi) = ...$	$\sin\left(\frac{33\pi}{2}\right) = ...$	$\cos\left(-\frac{101\pi}{4}\right) = ...$	$\tan\left(\frac{13\pi}{3}\right) = ...$

II. (2 points)

Simplifier l'expression suivante en détaillant les étapes de calcul importantes :

$A = 6\cos(x+11\pi) - \cos(x-5\pi) + 4\sin(-x+8\pi) - 5\sin(-3\pi - x)$

………

………

………

………

………

………

………

………

III. (2 points) Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD un carré direct à l'intérieur duquel on trace un triangle équilatéral direct ABE.
Compléter les phrases du tableau ci-dessous sans justifier.

La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AE}\right)$ est ………………….
La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BE} ; \overrightarrow{BC}\right)$ est ………………….

IV. (1 point) Calculer l'expression $E = \cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ (détail des calculs non demandés).

$E = ...$

V. (1 point) Soit α le réel de l'intervalle $[\pi\,;2\pi]$ tel que $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Donner la valeur de $\sin\alpha$ (calculs au brouillon).

$\sin\alpha =$ ....

VI. (2 points) On donne les représentations graphiques dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j})$ de quatre paraboles ayant pour équations $y = x^2 - 6x + 8$, $y = 2(x-2)(x-4)$, $y = x^2 + 1$ et $y = 1 - x^2$.
Associer à chaque équation le graphique sur lequel est tracée la parabole correspondante.

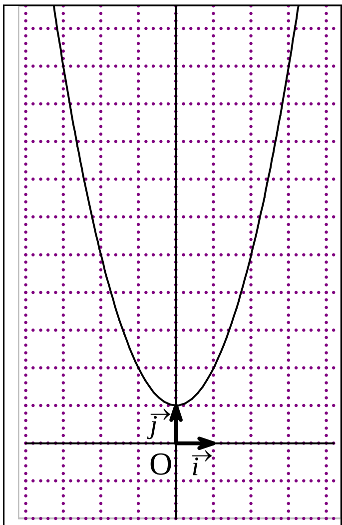

Figure 1

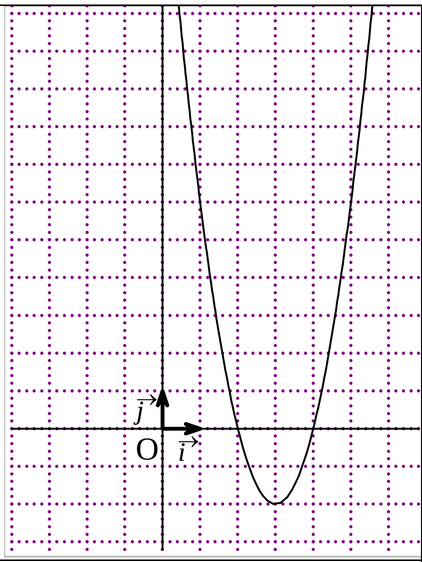

Figure 2

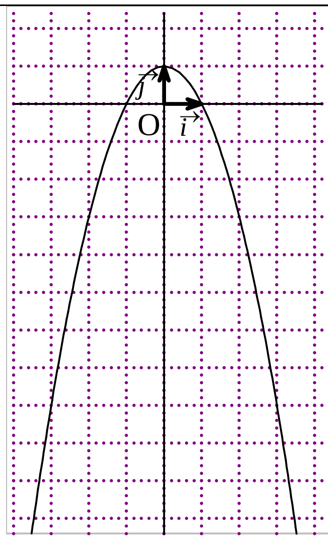

Figure 3

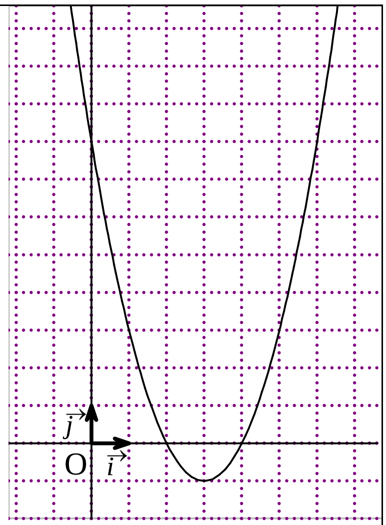

Figure 4

$y = x^2 - 6x + 8$	$y = 2(x-2)(x-4)$	$y = x^2 + 1$	$y = 1 - x^2$

Bonus (1 point)

Dans le plan muni d'un repère $(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j})$, un parabole $\mathcal{C}$ coupe les axes aux points A(–1 ; 0), B(2 ; 0) et C(0 ; 4).
Déterminer une équation de cette parabole (détail des calculs non demandés).

1$^{\text{ère}}$ S2

Correction de l'interrogation écrite du jeudi 18 décembre 2008 (20 minutes)

I.

$\cos(203\pi)=\cos\pi=-1$	$\sin\left(\frac{33\pi}{2}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$	$\cos\left(-\frac{101\pi}{4}\right)=\cos\left(-\frac{26\times4\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}\right)=\cos\frac{3\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\tan\left(\frac{13\pi}{3}\right)=\tan\left(\frac{12\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right)=\tan\left(4\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$$

II.

$$A=6\cos(x+\pi+10\pi)-\cos(x+\pi-6\pi)+4\sin(-x+8\pi)-5\sin(-4\pi+\pi-x)$$
$$A=6\cos(x+\pi)-\cos(x+\pi)+4\sin(-x)-5\sin(\pi-x)$$
$$A=-6\cos x-(-\cos x)+4(-\sin x)-5\sin x$$
$$A=-6\cos x+\cos x-4\sin x-5\sin x$$
$$A=-5\cos x-9\sin x$$

III.

La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AE}\right)$ est $\frac{\pi}{3}$.
La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BE}\,;\,\overrightarrow{BC}\right)$ est $-\frac{\pi}{6}$.

IV. $E=\cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)-\sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]^2-\left[\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$

V. D'après la relation fondamentale, on a : $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$

Donc : $\sin^2\alpha=1-\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$\sin^2\alpha=1-\frac{1}{3}$

$\sin^2\alpha=\frac{2}{3}$

Or $\alpha\in[\pi\,;2\pi]$ d'où $\sin\alpha\leq 0$.

Donc : $\sin\alpha=-\sqrt{\frac{2}{3}}$

Bonus

Soit f la fonction trinôme du second degré représentée par **C**.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

1ère méthode :

On traduit les informations de manière à obtenir un système.
C coupe l'axe des abscisses aux points A(–1 ; 0) et B(2 ; 0) donc $f(-1) = 0$ et $f(2) = 0$.
C coupe l'axe des ordonnées C(0 ; 4) donc $f(0) = 4$.
Donc on peut établir le système :

$$\begin{cases} a \times (-1)^2 + b \times (-1) + c = 0 \\ a \times 2^2 + b \times 2 + c = 0 \\ a \times 0^2 + b \times 0 + c = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = -4 \\ 4a + 2b = -4 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = -4 \\ 2a + b = -2 \quad \text{(on a divisé la deuxième équation par 2)} \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a = -6 \\ 2a + b = -2 \quad \text{(on a additionné les deux premières équations)} \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \\ c = 4 \end{cases}}$$

2e méthode : plus courte et donc meilleure

N.B. : les coefficients b et c ne vont pas intervenir dans la résolution.

C coupe l'axe des abscisses aux points A(–1 ; 0) et B(2 ; 0) donc -1 et 2 sont racines du polynôme.
Par conséquent, d'après la règle de factorisation d'un polynôme du second degré :
$f(x) = a(x - (-1))(x - 2) = a(x + 1)(x - 2)$.
C coupe l'axe des ordonnées C(0 ; 4) donc $f(0) = 4$.

$a(0 + 1)(0 - 2) = 4$

Donc $-2a = 4$

$a = -2$

Donc $f(x) = -2(x+1)(x-2) = -2(x^2 - x - 2) = -2x^2 + 2x + 4$