TS3

Interrogation écrite du lundi 30 novembre 2009

Prénom et nom : …………………………………………………… **Note : …… /20**

Encadrer tous les résultats à la règle ; on rédigera sans utiliser d'abréviations.
Les traits de fraction doivent être tracés à la règle.

I. (1 point)

Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ telles que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0$.

On suppose qu'il existe un intervalle I de la forme $[\mathrm{A}\,;+\infty[$ tel que pour tout $x \in I$ on ait $g(x) > 0$.

Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

……

……

II. (1 point)

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. On suppose que :

- $f(1) = 2$
- f est dérivable en 1 et $f'(1) = -\dfrac{1}{2}$.

Écrire la formule d'approximation affine tangente en 1 avec les données de l'énoncé (sous la forme d'une égalité avec la rédaction : « Il existe une fonction ε telle que …………………… »).

……

III. (2 points)

On considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4\,;9]$ dont on donne le tableau de variations de la dérivée f'.

x	-4		0		5		7		9
Variations de f'	2	↗	4	↘	0	↘	-2	↗	0

1°) Donner le tableau de variations de f. Les flèches doivent être tracées à la règle. On ne demande pas les valeurs des extremums locaux.

x	

2°) Donner le tableau de signes de f''.

x	

IV. (3 points)

Compléter sans justifier les phrases en simplifiant le résultat lorsque c'est possible.

1°) On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{1-x^2}$.

La fonction f est dérivable sur ……………. et pour tout $x \in$ ………… , $f'(x) =$ ……………………

2°) On considère la fonction $g : x \mapsto \dfrac{1}{(\ln x)^2}$.

La fonction g est dérivable sur ……………. et pour tout $x \in$ ………… , $g'(x) =$ ……………………

3°) On considère la fonction $h : x \mapsto \dfrac{(x+1)\mathrm{e}^{-x}}{2}$.

La fonction h est dérivable sur ……………. et pour tout $x \in$ ………… , $h'(x) =$ ……………………

V. (2 points)

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

Calculer la dérivée des fonctions g et h définies par $g(x) = f(x) + \mathrm{e}^{2x}$ et $h(x) = \mathrm{e}^{2x} f(x)$.

$g'(x) =$ ……………………………………	$h'(x) =$ ……………………………………

VI. (1 point)

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $I =]0\,;+\infty[$.

On considère la fonction g définie sur I par $g(x) = f\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

Calculer $g'(x)$ pour $x \in I$.

$g'(x) =$ …………………………