TS3

Interrogation écrite du jeudi 27 novembre 2008 (20 minutes)

Prénom et nom : ………………………………. **Note : ……/20**

La calculatrice n'est pas autorisée. Répondre lisiblement et <u>sans ratures</u>. Ne pas utiliser d'abréviations.

I. (3 points) Questions de cours sans démonstration

1°) Soit I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$, non vides et non réduits à un singleton.

Soit f une fonction dérivable sur I à valeurs dans J et g une fonction dérivable sur J.
Compléter le schéma suivant qui précise les ensembles de départ et d'arrivée de chaque fonction.

$$\ldots\ldots \xrightarrow{\quad f \quad} \ldots\ldots\ldots \xrightarrow{\quad g \quad} \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Que peut-on dire de la fonction $g \circ f$? Faire une phrase et donner une formule.

……..

……..

……..

2°) Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, non vide et non réduit à un singleton, et a un réel appartenant à I. On considère les phrases suivantes : P : « f est continue en a » ; Q : « f est dérivable en a ».

Préciser la relation entre ces deux énoncés en complétant la phrase :

Si la phrase …. est vraie, alors la phrase …. est vraie.

3°) Soit f une fonction définie sur un intervalle contenant – 1. On suppose que $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = 3$.
Faire une phrase en utilisant le mot « dérivable » et l'expression« nombre dérivé » et donner une égalité mathématique.

……..

……..

……..

……..

4°) Compléter la formule d'approximation affine tangente :

« Pour h proche de 0, on a : $\sqrt{1+h} \approx$ ……………….. .»

II. (6 points) Dans chaque question, on donne l'expression d'une fonction f définie sur un intervalle I.
Compléter la colonne de droite donnant l'expression de $f'(x)$ dans chaque cas.
On effectuera les calculs au brouillon.
Pour le 2°), donner le résultat sous la forme d'un seul quotient avec racine carrée au dénominateur.

1°)	$f(x)=\left(e^x-1\right)^5$	$I=\mathbb{R}$	$f'(x)=$..
2°)	$f(x)=x\sqrt{1-x}$	$I=]-\infty\,;1[$	$f'(x)=$..
3°)	$f(x)=\sqrt{4-x^2}$	$I=]-2\,;2[$	$f'(x)=$..
4°)	$f(x)=\cos^3(2x)$	$I=\mathbb{R}$	$f'(x)=$..
5°)	$f(x)=\dfrac{1}{3\left(x^2+x+2\right)^2}$	$I=\mathbb{R}$	$f'(x)=$..
6°)	$f(x)=x\sin x$	$I=\mathbb{R}$	$f'(x)=$..

III. (1 point) Soit f une fonction définie, continue et dérivable sur l'intervalle $I=[0\,;1]$ telle que pour tout réel $x\in I$ on ait $f'(x)<0$. On suppose de plus que $f(0)=1$ et $f(1)=-0,5$.

Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution dans *I*. Écrire une idée par ligne.

....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

2°) On donne le tableau de valeurs ci-dessous (certaines valeurs de $f(x)$ sont des troncatures au centième).

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$	1	0,89	0,78	0,65	0,52	0,37	0,22	0,06	– 0,10	– 0,27	– 0,5

Donner un encadrement de α. Quelle est l'amplitude de cet encadrement ?

.... $<\alpha<$ .... (amplitude de l'encadrement : ………………..)