1ère S1

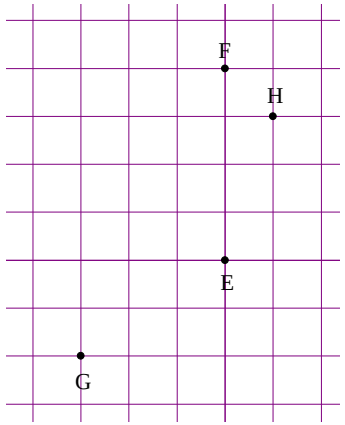
Contrôle du vendredi 13 février 2015 (30 min)

Prénom : …… **Nom :** ……

Note : …. / 20

I. (4 points)

On considère les points E, F, G, H sur le quadrillage ci-dessous. L'unité de longueur est le carreau.
Il est demandé de ne rien tracer sur la figure.



1°) Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{GH}$.

$\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG} =$ .....

$\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{GH} =$ .....

2°) Calculer $\overrightarrow{FE}^2$.

$\overrightarrow{FE}^2 =$ .....

3°) Quel est le signe du produit scalaire $\overrightarrow{EG} \cdot \overrightarrow{EH}$? Justifier.
On ne cherchera pas à calculer ce produit scalaire.

……

……

……

II. (5 points)

Afin de tester l'efficacité d'un médicament contre le stress, 30 patients, ayant environ 16,5 de pression artérielle, ont accepté de participer à un essai clinique. Ils ont chacun reçu le même médicament pendant un mois. Les mesures de pression artérielle concernant les patients des deux groupes, après le mois d'essai clinique, sont consignées dans le tableau ci-dessous :

Pression artérielle	12	13	13,5	14	14,5	15	16	17	18
Effectif	2	4	2	7	6	5	1	1	2

On note M, Q_1, Q_3 respectivement la médiane, le premier quartile et le troisième quartile de la série.

M = ... Q_1 = ... Q_3 = ...

Calculer le pourcentage de patients dont la tension artérielle après un mois de traitement appartient à l'intervalle $[Q_1 ; Q_3]$. On donnera la valeur arrondie au dixième.

…….. (un seul résultat, sans égalité)

Calculer le pourcentage de patients dont la tension artérielle après un mois de traitement n'appartient pas à l'intervalle $]Q_1 ; Q_3[$. On donnera la valeur arrondie au dixième.

…….. (un seul résultat, sans égalité)

III. (3 points)

1°) Un tireur à l'arc (que l'on nommera tireur A) s'entraîne. Il a noté ses résultats en points obtenus après 30 tirs :

Nombre de points	50	30	20	10	0
Effectif	8	9	8	4	1

1°) Calculer la moyenne m_A et l'écart-type σ_A de cette série statistique.
On ne demande pas le détail des calculs.

$m_A =$ .....

$\sigma_A \approx$ ..... (valeur arrondie au centième)

2°) L'entraîneur a noté pour un autre tireur à l'arc (que l'on nommera tireur B) la moyenne m_B et l'écart-type σ_B de ses résultats après une série de 30 tirs : $m_B = 29$ et $\sigma_B \approx 8,75$ (valeur arrondie au centième).
Lequel des deux joueurs va-t-il sélectionner pour la prochaine compétition ? Justifier le choix avec précision en deux ou trois phrases.
Une réponse non justifiée ou mal justifiée ne sera pas prise en compte.

……

……

……

……..

……..

……..

……..

IV. (6 points)

Deux villes A et B ont décidé de lancer un programme de construction de logements sociaux neufs à partir de 2009.
En 2009, il y avait 1980 logements sociaux dans la ville A et 1700 dans la ville B.
La ville A prévoit d'augmenter son nombre de logements sociaux de 160 par an ; la ville B prévoit d'augmenter son nombre de logements sociaux de 7 % par an.

Partie 1

Pour tout entier naturel *n*, on note a_n le nombre total de logements sociaux dans la ville A au cours de l'année $2009+n$. On a donc $a_0 = 1980$.

Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n. En déduire la nature de la suite (a_n) (donner toutes les précisions utiles).

$a_{n+1} =$ ..... (un seul résultat, sans expliquer)

La suite (a_n) est ……

……

Partie 2

Pour tout entier naturel *n*, on note b_n le nombre total de logements sociaux dans la ville B au cours de l'année $2009+n$. On a donc $b_0 = 1700$.

Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n. En déduire la nature de la suite (b_n) (donner toutes les précisions utiles).

$b_{n+1} =$ ..... (un seul résultat, sans expliquer)

La suite (b_n) est ……

……

Partie 3

Programmer les suites (a_n) et (b_n) sur la calculatrice. Répondre aux deux questions sans justifier.

1°) L'objectif de la ville B est de tripler son nombre de logements sociaux.
En quelle année atteindra-t-elle son objectif ?

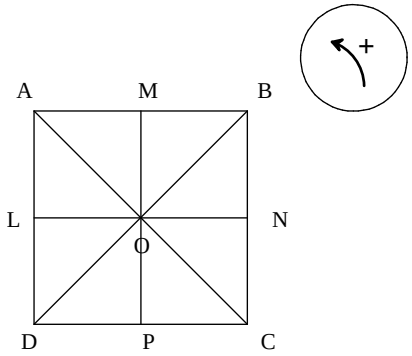
……. (un seul résultat arrondi à l'unité, sans égalité)

2°) Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de logements sociaux de la ville B dépassera celui de la ville A.

……. (un seul résultat arrondi à l'unité, sans égalité)

V. (2 points)

Dans le plan orienté, on considère un carré indirect ABCD de centre O. On note M, N, P, L les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD], [AD].



Ne rien écrire sur la figure.

Quelle est l'image du triangle AOM par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens indirect ?

…….. (une seule réponse, sans phrase, sans justifier)

Quelle est l'image du triangle CON par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens direct ?

…….. (une seule réponse, sans phrase, sans justifier)

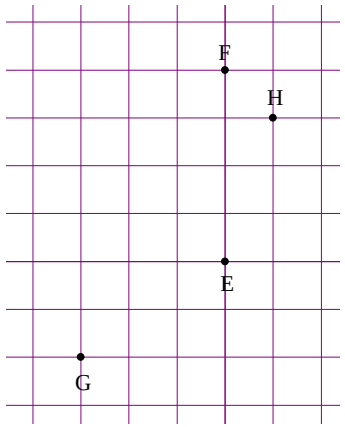
Corrigé du contrôle du 13-2-2015

I.

Il s'agit d'un exercice portant sur produit scalaire dans un quadrillage.

Cet exercice n'a pas été réussi : beaucoup d'élèves ont cherché à appliquer l'expression trigonométrique du produit scalaire alors que ce n'était pas possible puisque l'on ne connaissait pas l'angle. On était obligé d'utiliser la méthode du projeté orthogonal.

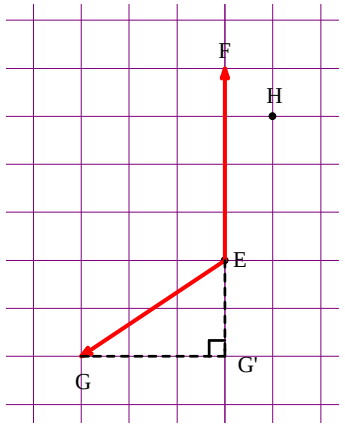
On considère les points E, F, G, H sur le quadrillage ci-dessous. L'unité de longueur est le carreau.
Il est demandé de ne rien tracer sur la figure.



1°) Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{EF} \bullet \overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EF} \bullet \overrightarrow{GH}$.

Pour les deux produits scalaires, on ne connaît pas l'angle formé par les vecteurs donc on utilise la méthode du projeté orthogonal.

On note G' et H' les projeté orthogonaux respectifs de G et H sur la droite (EF).

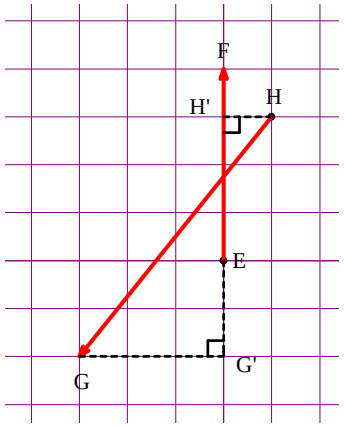


$\overrightarrow{EF} \bullet \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{EF} \bullet \overrightarrow{EG'}$

$= -EF \times EG'$ car les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG'}$ sont colinéaires de sens contraires

$= -4 \times 2$

$= -8$



$\overrightarrow{EF} \bullet \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{EF} \bullet \overrightarrow{G'H'}$

$= EF \times G'H'$ car les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{G'H'}$ sont colinéaires de même sens

$= 4 \times 5$

$= 20$

2°) Calculer $\overrightarrow{FE}^2$.

On utilise la propriété du carré scalaire d'un vecteur.

$\overrightarrow{FE}^2 = FE^2 = 4^2 = 16$

3°) Quel est le signe du produit scalaire $\overrightarrow{EG} \bullet \overrightarrow{EH}$? Justifier.
On ne cherchera pas à calculer ce produit scalaire.

$\overrightarrow{EG} \bullet \overrightarrow{EH} < 0$ car l'angle $\widehat{GEH}$ est obtus (propriété du cours).

II.

Afin de tester l'efficacité d'un médicament contre le stress, 30 patients, ayant environ 16,5 de pression artérielle, ont accepté de participer à un essai clinique. Ils ont chacun reçu le même médicament pendant un mois. Les mesures de pression artérielle concernant les patients des deux groupes, après le mois d'essai clinique, sont consignées dans le tableau ci-dessous :

Pression artérielle	12	13	13,5	14	14,5	15	16	17	18
Effectif	2	4	2	7	6	5	1	1	2

On note M, Q_1, Q_3 respectivement la médiane, le premier quartile et le troisième quartile de la série.

$M = 14,25$ $\qquad$ $Q_1 = 13,5$ $\qquad$ $Q_3 = 15$

L'effectif total est égal à 30. C'est un nombre pair donc par définition de la médiane, on a : $M = \frac{15^e \text{ valeur} + 16^e \text{ valeur}}{2} = \frac{14+14,5}{2} = 14,25$

La médiane est égale à 14,25. Il ne s'agit pas d'une valeur de la série.

$\frac{30}{4} = 7,5$ donc $Q_1 = 8^e$ valeur $= 13,5$

$\frac{3\times 30}{4} = 22,5$ donc $Q_3 = 23^e$ valeur $= 15$

On vérifie tous ces résultats à l'aide de la calculatrice.

On peut dire que la série statistique est résumée par le couple (médiane ; écart interquartile) soit (14,25 ; 1,5).

Calculer le pourcentage de patients dont la tension artérielle après un mois de traitement appartient à l'intervalle $[Q_1 ; Q_3]$. On donnera la valeur arrondie au dixième.

66,7 (un seul résultat, sans égalité)

$\frac{2+7+6+5}{30}\times 100 = 66,666\underline{6}...$

Ce résultat est bien en accord avec le résultat du cours sur l'intervalle interquartile. Le pourcentage de valeurs appartenant à l'intervalle interquartile est supérieur ou égal à 50 %.

Calculer le pourcentage de patients dont la tension artérielle après un mois de traitement n'appartient pas à l'intervalle $]Q_1 ; Q_3[$. On donnera la valeur arrondie au dixième.

56,7 (un seul résultat, sans égalité)

Les valeurs qui n'appartiennent pas à l'intervalle $]Q_1 ; Q_3[$ sont : 12 ; 13 ; 13,5 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18.

$\frac{2+4+2+5+1+1+2}{30}\times 100 = 56,666\underline{6}...$

Ce résultat est bien en accord avec le résultat du cours sur l'intervalle interquartile. Le pourcentage de valeurs qui n'appartiennent pas à l'intervalle $]Q_1 ; Q_3[$ est supérieur ou égal à 50 %.

III.

1°) Un tireur à l'arc (que l'on nommera tireur A) s'entraîne. Il a noté ses résultats en points obtenus après 30 tirs :

Nombre de points	50	30	20	10	0
Effectif	8	9	8	4	1

1°) Calculer la moyenne m_A et l'écart-type σ_A de cette série statistique.
On ne demande pas le détail des calculs.

$m_A = 29$

$\sigma_A \approx 14,69$ (valeur arrondie au centième)

On pouvait utiliser la calculatrice plutôt que de faire les calculs à la main.

2°) L'entraîneur a noté pour un autre tireur à l'arc (que l'on nommera tireur B) la moyenne m_B et l'écart-type σ_B de ses résultats après une série de 30 tirs : $m_B = 29$ et $\sigma_B \approx 8,75$ (valeur arrondie au centième).
Lequel des deux joueurs va-t-il sélectionner pour la prochaine compétition ? Justifier le choix avec précision en deux ou trois phrases.
Une réponse non justifiée ou mal justifiée ne sera pas prise en compte.

La série des résultats du tireur est résumée par le couple $(m_A ; \sigma_A)$.
La série des résultats du tireur est résumée par le couple $(m_B ; \sigma_B)$.
On constate que $m_A = m_B = 29$ mais que $\sigma_B < \sigma_A$ ce qui traduit une moins grande dispersion des résultats pour le tireur B autour de la moyenne que pour le tireur A.
C'est donc le tireur B qui sera sélectionné par l'entraîneur.

IV.

Deux villes A et B ont décidé de lancer un programme de construction de logements sociaux neufs à partir de 2009.
En 2009, il y avait 1980 logements sociaux dans la ville A et 1700 dans la ville B.
La ville A prévoit d'augmenter son nombre de logements sociaux de 160 par an ; la ville B prévoit d'augmenter son nombre de logements sociaux de 7 % par an.

Il s'agit d'un exercice de modélisation d'une situation concrète par des suites.

Partie 1

Pour tout entier naturel *n*, on note a_n le nombre total de logements sociaux dans la ville A au cours de l'année $2009+n$. On a donc $a_0=1980$.

Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n. En déduire la nature de la suite (a_n) (donner toutes les précisions utiles).

$a_{n+1}=a_n+160$ (un seul résultat, sans expliquer)

Chaque année (à partir de 2010), le nombre de logements sociaux de la ville A s'obtient en ajoutant 160 au nombre de logements sociaux de l'année précédente.

La suite (a_n) est une suite arithmétique de premier terme $a_0=1980$ et de raison 160.

Partie 2

Pour tout entier naturel *n*, on note b_n le nombre total de logements sociaux dans la ville B au cours de l'année $2009+n$. On a donc $b_0=1700$.

Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n. En déduire la nature de la suite (b_n) (donner toutes les précisions utiles).

$b_{n+1}=1,07\times b_n$ (un seul résultat, sans expliquer)

Chaque année (à partir de 2010), le nombre de logements sociaux de la ville B s'obtient en multipliant par 1,07 le nombre de logements sociaux de l'année précédente.

La suite (b_n) est une suite géométrique de premier terme $b_0=1700$ et de raison 1,07.

Partie 3

Programmer les suites (a_n) et (b_n) sur la calculatrice. Répondre aux deux questions sans justifier.

On se place en mode suite.

On appuie sur la touche $\boxed{f(x)}$.

$n\text{Min}=0$
$\text{u}(n)=1980+160n$
$\text{u}(n\text{Min})=$ → on n'écrit rien
$\text{v}(n)=1700*1.07^n$
$\text{v}(n\text{Min})=$ → on n'écrit rien

Autre méthode :

$n\text{Min}=0$
$\text{u}(n)=\text{u}(n-1)+160$
$\text{u}(n\text{Min})=1980$
$\text{v}(n)=\text{v}(n-1)*1.07$
$\text{v}(n\text{Min})=1700$

Une fois que c'est rentré, on va dans le tableau.

On notera que, dans le modèle mathématique adopté pour la ville B, b_n peut ne pas être entier.

On notera que les suites (a_n) et (b_n) sont strictement croissantes. Cette propriété est utilisée implicitement dans les deux questions qui suivent.

Autre façon en « mode fonction » :

On sait que pour tout entier naturel *n*, on a : $a_n=1980+160n$ et $b_n=1700\times1,07^n$.
On rentre dans la calculatrice les fonctions $f:x\mapsto 1980+160x$ et $g:x\mapsto 1700\times1,07^x$ définies sur $\mathbb{R}$.
On affiche le tableau des valeurs de *f* et *g* (réglage en prenant 0 pour valeur minimale de *x* et un pas de 1).

1°) L'objectif de la ville B est de tripler son nombre de logements sociaux.
En quelle année atteindra-t-elle son objectif ?

2026 (un seul résultat arrondi à l'unité, sans égalité)

On regarde dans le tableau à partir de quelle valeur de *n* on dépasse $3\times1700=5100$.
On obtient $n=17$, ce qui correspond à l'année 2026.

2°) Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de logements sociaux de la ville B dépassera celui de la ville A.

2022 (un seul résultat arrondi à l'unité, sans égalité)

Avec le mode suite :

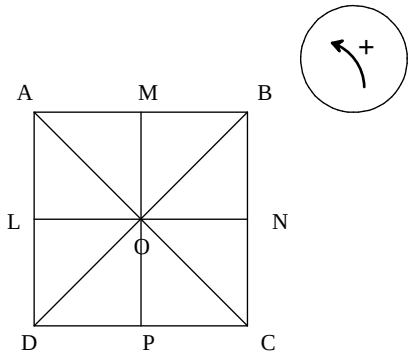
On regarde dans le tableau dans le tableau de valeurs des deux suites à partir de quelle valeur de *n* on a $b_n>a_n$. On obtient $n=13$, ce qui correspond à l'année 2022.

Avec le mode fonction :

On regarde dans le tableau de valeurs des deux fonctions à partir de quelle valeur de l'entier naturel *n* son image par *g* dépasse celle de son image par *f* (autrement dit on cherche le plus petit naturel *n* tel que $g(n)>f(n)$).
On trouve $n=13$. Comme les travaux commencent en 2009, $2009+13=2022$.

V.

Dans le plan orienté, on considère un carré indirect ABCD de centre O. On note M, N, P, L les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD], [AD].



Ne rien écrire sur la figure.

Quelle est l'image du triangle AOM par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens indirect ?

BON (une seule réponse, sans phrase, sans justifier)

Par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens indirect (quart de tour indirect de centre O) :
l'image du point A est B ;
l'image du point O est O ;
l'image du point M est N.

Quelle est l'image du triangle CON par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens direct ?

BOM (une seule réponse, sans phrase, sans justifier)

Par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens direct (quart de tour direct de centre O) :
l'image du point C est B ;
l'image du point O est O ;
l'image du point N est M.

N.B. : L'énoncé dit que l'on considère la rotation de centre O et d'angle 90° de sens indirect.
Le sens indirect signifie « sens des aiguilles d'une montre » (et non par rapport au carré ABCD qui lui aussi est dit indirect).